

Betreuer: M. Cramm

Fortgeschrittenen-Praktikum am  
II. Physikalischen Institut

# Phasenempfindliche Gleichrichtung<sup>1</sup>

Oliver Flimm  
Oberstraße 74  
51149 Köln

Uwe Münch  
Schmittgasse 92  
51143 Köln

Wintersemester 94/95<sup>2</sup>

e-mail: flimm@ph-cip.uni-koeln.de  
muench@ph-cip.uni-koeln.de

<sup>1</sup>Versuch 1

<sup>2</sup>Durchführung des Versuchs: 24.10.94

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Bestandteile und Theorie eines phasenempfindlichen Gleichrichters</b>	<b>1</b>
1.1	Frequenzselektion und Phase . . . . .	1
1.2	Aufbau eines phasenempf. Gleichrichters . . . . .	2
1.2.1	Der steuerbare Schalter . . . . .	2
1.2.2	Der Mittelwertbilder . . . . .	3
1.3	Gleichrichtung verschiedener Signalformen . . . . .	4
1.3.1	Sinussignale . . . . .	5
1.3.2	Rechtecksignale . . . . .	5
1.3.3	Signal-Rausch-Verhältnis . . . . .	9
1.4	Der Kammfiltereffekt . . . . .	10
1.5	Sonstiges . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Die Meßdaten</b>	<b>13</b>
2.1	Zur Kennlinie des VCO's . . . . .	13
2.2	Zur Eichung des Quadrierers . . . . .	13
2.3	Zum Kammfiltereffekt . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>16</b>
3.1	Schalter und Rampengenerator . . . . .	16
3.2	Kennlinie des VCO's . . . . .	18
3.3	Mittelwertbilder . . . . .	19
3.4	Phase-Locked-Loop (PLL) . . . . .	20
3.5	Gleichrichtung der Signale . . . . .	20
3.5.1	Sinussignale . . . . .	21
3.5.2	Rechtecksignale . . . . .	22
3.6	Rauschunterdrückung . . . . .	23
3.6.1	Eichung des Quadrierers . . . . .	23
3.6.2	Signal-Rausch-Verhältnisse . . . . .	24
3.7	Der Kammfiltereffekt . . . . .	25
<b>A</b>	<b>Zur Quadrierer-Eichung und dem Signal-Rausch-Verhältnis</b>	<b>28</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>30</b>
	<b>Index</b>	<b>31</b>

# 1. Bestandteile und Theorie eines phasenempfindlichen Gleichrichters

In diesem Versuch beschäftigen wir uns mit einem phasenempfindlichen Gleichrichter, seinem Aufbau und seinen Auswirkungen auf Signale. Wir werden uns im wesentlichen auf die bereits sehr ausführliche Anleitung [Anl] stützen. Wir fassen hier nur einige Fakten zusammen, ergänzen um einige Rechnungen und verweisen auch auf andere Literatur und Texte, die uns in Vorlesungen und Seminaren begegnet sind. An diesen Stellen kann man dann noch weitergehende Ergänzungen finden. Abschließend werten wir natürlich unsere Messungen aus.

## 1.1 Frequenzselektion und Phase

### Frequenzselektion

Eine wichtige Eigenschaft eines phasenempfindlichen Gleichrichters ist die der Frequenzselektion. Dabei bedeutet *Frequenzselektion*, daß von einem elektronischen Bauteil im wesentlichen Signale einer festen Frequenz aus einem Frequenzgemisch herausgefiltert werden. Da wir mit realen Bauteilen wohl kaum so etwas wie eine  $\delta$ -Distribution erzeugen können, kommen auch immer noch Frequenzen durch, die nur leicht von der erwünschten festen Frequenz abweichen. Die Stärke dieser Abweichungen wird durch die *Bandbreite* beschrieben. Bei unserem phasenempfindlichen Gleichrichter werden wir auch noch den Kammfiltereffekt beachten müssen, auf den wir später eingehen. An dieser Stelle möchten wir nur Seite 24 der Anleitung [Anl] zusammenfassen, indem wir angeben, welche Möglichkeiten und Bauteile zur Frequenzselektion vorhanden sind.

- **Bandpaß:** Hier könnte man z. B. Hoch- und Tiefpässe hintereinander schalten, bzw. entsprechend weiterentwickelte Bauteile. Besser sind aber Schwingkreise (z. B. aus Spule und Kondensator), die bei ihrer Frequenz in Resonanz sind und damit eine günstigere kleine Bandbreite aufweisen können.
- **Superheterodyn-Prinzip:** Wenn man dem mit  $\nu_{\text{Signal}}$  schwingenden Signal multiplikativ eines mit der Frequenz  $\nu_{\text{Osz}}$  überlagert, so braucht man nur nach den Frequenzen

$$\nu_{\pm} = |\nu_{\text{Osz}} \pm \nu_{\text{Signal}}| ,$$

die man *Zwischenfrequenzen* nennt, zu suchen. Es gilt nämlich mit den Additionstheoremen:

$$\frac{1}{2} \cdot (\cos(\nu_{\text{Osz}} - \nu_{\text{Signal}}) - \cos(\nu_{\text{Osz}} + \nu_{\text{Signal}})) = \sin(\nu_{\text{Osz}}) \cdot \sin(\nu_{\text{Signal}}) . \quad (1.1)$$

Dieser Aufbau hat den Vorteil, daß man bei fester Resonatorfrequenz dennoch verschiedene Signalfrequenzen filtern kann, indem man die Oszillatorfrequenz geeignet einstellt.

- **Lock-in-Verstärker/phasenempfindlicher Gleichrichter:** Hier stellt man die Oszillatorfrequenz so ein, daß sie mit der Signalfrequenz übereinstimmt. Wir suchen dann nach der Zwischenfrequenz Null. Unser Versuch handelt nun von den Problemen, die Oszillatorfrequenz der Signalfrequenz anzupassen, und darüber, wie man konkret die Zwischenfrequenz Null untersucht.

Da *Rauschen* (mit verschiedenen Rauscharten haben wir uns in [FP-17] beschäftigt) aus statistisch gleichmäßig verteilten Frequenzen mit zeitlichem Mittelwert Null besteht, kann man über die Frequenzselektion Signale einer festen Frequenz vom Rauschen trennen. Auf die Techniken dazu und die Phasenabhängigkeiten (die wir nun andeuten werden) gehen wir später noch genau ein.

### Phase

Neben der Frage, wie man die Oszillatorfrequenz der Signalfrequenz anpaßt, ergibt sich noch eine zweite Frage: In welcher Phasenbeziehung stehen die beiden Frequenzen zueinander? Beim phasenempfindlichen Gleichrichter ergibt sich der Vorteil, daß man die Phasenbeziehung zwischen beiden Schwingungen fast beliebig zwischen 0 und  $2\pi$  vorgeben kann. Weiterhin kann man sie über einen Rampengenerator und verschiedene Potentiometer auch so steuern, daß sie in einer bestimmten Zeit linear mit der Zeit eine Phase von Null bis  $2\pi$  überstreicht. Mit dieser Möglichkeit werden wir hier die Abhängigkeit der Signalformung von der Phase auf einen Schreiber bringen können. Auch in Versuch 23 [Fest-23], bei dem man Magnetisierungskurven aufnehmen möchte, wird man diese Eigenschaft eines phasenempfindlichen Gleichrichters nutzen: Dort ist es nötig, eine schnell durchlaufene Magnetisierungskurve langsam auf einem Schreiber auszugeben. Um dies zu bewerkstelligen, wird ein Punkt des Signals bei jedem Umlauf nur kurz auf den Schreiber gegeben; durch die Verschiebungen der Phase kann man nacheinander alle Punkte der Kurve scannen. Wir beschreiben dies im Versuch 23 [Fest-23] natürlich ausführlicher.

Wir wollen also nochmal betonen, daß diese Einstellbarkeit der Phase unseres phasenempfindlichen Gleichrichters eine wichtige und brauchbare Eigenschaft ist. Dies ist ein bedeutender Vorteil gegenüber den anderen Methoden der Frequenzselektion, die also nur zur Rauschunterdrückung nutzbar sind.

## 1.2 Aufbau eines phasenempf. Gleichrichters

Wir wollen jetzt auf den konkreten Aufbau eines Lock-in-Verstärkers eingehen. Er besteht aus

- einem *frequenzselektiven Vorverstärker* und
- dem eigentlichen *phasenempfindlichen Gleichrichter*.

Wie der Name des Versuchs es schon sagt, beschäftigen wir uns in diesem Versuch nicht mit dem ersten Bauteil, sondern nur mit dem zweiten. Der phasenempfindliche Gleichrichter wiederum besteht auch aus zwei Bestandteilen, dem

- *steuerbaren Schalter* und dem
- *Mittelwertbilder*.

Wir gehen nun genauer auf diese beiden Teile und ihre Auswirkungen auf die Signale ein.

### 1.2.1 Der steuerbare Schalter

Der steuerbare Schalter sorgt dafür, daß das mit der Signalfrequenz periodische Signal mit der Periode der Oszillatorfrequenz manipuliert wird: Wir müssen ja nach dem Super-Heterodynprinzip das

Nutzsignal multiplikativ beeinflussen. Wir betrachten zwei technisch besonders leicht realisierbare Beeinflussungen, die *Einweg-* bzw. *Zweiweggleichrichtung*. Mit  $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu_{\text{Signal}}$  und  $\omega_0 T_0 = 2\pi$  erhält man für die Einweggleichrichtung folgende Funktion als Faktor

$$\mu_1(\omega_0 t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{für } \frac{T_0}{2} \leq t < T_0 \end{cases} ,$$

was natürlich bedeutet, daß das Signal eine halbe Periode lang ungehindert durchgelassen wird und die andere halbe Periode vollständig geschluckt wird. Auf Seite 2 in Abbildung 1 der Anleitung [Anl] ist diese Schaltfunktion schematisch über einen Schalter realisiert und ihre Wirkung auf ein Sinussignal als Nutzsinal skizziert. Man erkennt bereits hier, daß die Phasenbeziehung zwischen dem Nutzsinal und der Schaltfunktion einen Einfluß auf die Form des durchgelassenen Signals hat. Nach der Mittelung wird dies zu einer Phasenabhängigkeit unseres gleichgerichteten Signals führen, was wir noch explizit berechnen werden und auch im Versuch ausmessen wollen.

Nun wollen wir die Schaltfunktion, also den das Nutzsinal beeinflussenden multiplikativen Faktor, für die Zweiweggleichrichtung angeben. Wiederum sei  $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu_{\text{Signal}}$  und  $\omega_0 T_0 = 2\pi$ , so daß sich folgende Funktion ergibt:

$$\mu_2(\omega_0 t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < \frac{T_0}{2} \\ -1 & \text{für } \frac{T_0}{2} \leq t < T_0 \end{cases} .$$

In der ersten Hälfte der Periode hat sich nichts geändert: Das Signal wird weiterhin ungehindert durchgelassen. Aber in der zweiten Hälfte wird das Signal nun nicht mehr einfach beschnitten, sondern umgepolt. Graphisch ist die Wirkung dieser Zweiweg-Schaltfunktion in der Abbildung 2, Seite 3 der Anleitung [Anl] dargestellt. Auch hier ist die Form des Ausgangssignals von der Phasenbeziehung Nutzsinal zu Schaltsignal abhängig.

Bevor wir die Eigenschaften dieser Gleichrichtungsarten – und ihre Unterschiede – näher untersuchen, wollen wir uns mit dem Mittelwertbilder beschäftigen. Dieser sorgt nämlich nun dafür, daß nur die Gleichspannungsanteile<sup>1</sup> nach dem Schalter gemessen werden; der Mittelwertbilder filtert also die Frequenz Null nach der multiplikativen Beeinflussung durch den Schalter heraus, wie oben im ersten Abschnitt beschrieben.

### 1.2.2 Der Mittelwertbilder

Ganz allgemein definiert man als zeitlichen Mittelwert einer Funktion die Größe

$$\langle f \rangle := \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t f(\tau) d\tau .$$

Dies entspricht der Definition aus [FP-2] mit  $u = f(\tau)$  als den zu mittelnden Größen und der Stufenfunktion  $\theta(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{für } \tau \geq 0 \\ 0 & \text{für } \tau < 0 \end{cases}$  als Verteilung, wobei diese noch normiert werden muß, daher der Faktor  $\frac{1}{t}$ .

Bei periodischen Funktionen kann man zu Integralen über ganze Perioden übergehen; wir wählen eine Periode:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f(\tau) d\tau .$$

<sup>1</sup>Hiermit meinen wir bei beliebigen Signalen das Negative derjenigen Spannung, die man auf das Signal addieren muß, damit die Flächen oberhalb von 0 V gleich den Flächen unterhalb 0 V werden.

Wie realisieren wir nun diese Mittelwertbildung konkret mit elektronischen Bauteilen? Wir benutzen einen *Tiefpaß*, also ein  $RC$ -Glied. Zunächst weisen wir darauf hin, daß wir uns bereits in Versuch [FP-8a] in der Kernphysik ausführlich mit Tiefpässen beschäftigt haben. Auch in der Anleitung [Anl] findet man einige (knappere) Hinweise und ergänzende Abbildungen: in Abbildung 4 auf Seite 4 von [Anl] ist  $\frac{U_a}{U_e}$  für Stufensignale (Einschaltvorgang zum Zeitpunkt 0), in Abbildung 5 auf Seite 4 von [Anl] ist die *Übertragungsfunktion*  $g(\omega) = \frac{U_a}{U_e}$  für Sinussignale dargestellt.

An dieser Stelle ergänzen wir nun noch um einige versuchsspezifische Details. In [FP-8a] gingen wir davon aus, daß der Tiefpaß unbelastet ist, d. h. für die Ausgangsspannung gilt  $I_a = 0$ . Um dies zu gewährleisten, schaltet man an einen der beiden Tiefpaß-Ausgänge einen *Spannungsfolger* an. Ein Spannungsfolger kann z. B. mittels eines Operationsverstärkers realisiert werden. Durch die hohen Eingangswiderstände des Operationsverstärkers ist  $I_a = 0$  gesichert, während der niedrige Ausgangswiderstand des Operationsverstärkers als Spannungsquelle wirkt; insgesamt wirkt der Operationsverstärker also als Impedanzwandler. Eine genaue Beschreibung dieser und anderer Operationsverstärkerschaltungen befindet sich in [AP-427].

Wir wollen nun noch betrachten, ob der Tiefpaß wirklich mitteln kann (in [FP-8a] und auch in [Anl] wird eine solche spezielle Betrachtung ausgeklammert). Wir gehen dazu in Abschnitt 1.3.3 aus [FP-8a], in dem die Differentialgleichung für  $U_a$  nach dem Tiefpaß und die homogene Lösung  $U_a = k e^{-\frac{t}{RC}}$  angegeben ist. Als inhomogenen Anteil der Differentialgleichung betrachten wir nun eine beliebige Spannung  $U_e(t)$ , die zum Zeitpunkt  $t = 0$  eingeschaltet wird ( $U(t) = 0$  für  $t < 0$ , sonst beliebig). Nach [Ana, Kap. 11.5] kann man nun die inhomogene Lösung über  $U_{a,\text{inhomog}} = c(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ , wobei  $c(t)$  die Stammfunktion von  $\frac{U_e}{RC} \cdot e^{+\frac{t}{RC}}$  ist, finden, also gilt allgemein für die Lösung  $U_a$  (die natürlich von dem  $U_e(t)$  abhängt; wir nennen die Ausgangsspannungen (unabhängig vom  $U_e(t)$ ) aber immer  $U_a$ ):

$$U_a = k \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + \left( \int_0^t \frac{U_e(\tau)}{RC} \cdot e^{\frac{\tau}{RC}} d\tau \right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} .$$

Mittels der Randbedingung  $U_a(0) = 0$  (vgl. [FP-8a]) und einigen kleinen Umformungen ergibt sich:

$$U_a = \frac{\int_0^t U_e(\tau) \cdot \exp\left(\frac{\tau}{RC}\right) d\tau}{RC \cdot \exp\left(\frac{t}{RC}\right)} = \frac{\int_0^t U_e(\tau) \cdot \exp\left(\frac{\tau}{RC}\right) d\tau}{\int_0^t \exp\left(\frac{\tau}{RC}\right) d\tau} .$$

Dies entspricht erstmal nicht der Mittelwertformel von oben, sondern entspricht der Definition aus [FP-2] mit  $u = f(\tau)$  als den zu mittelnden Größen und der Funktion  $\exp\left(\frac{t}{RC}\right)$  für  $t \geq 0$  (0, sonst) als gewichtende Verteilung, die allerdings erst durch den Nenner normiert wird. Bei hohen Signalfrequenzen ist die Frequenz  $\frac{1}{RC}$  relativ klein, so daß unsere jetzige Verteilung sehr flach verläuft; die schnell oszillierenden Signale werden also fast so gemittelt wie mit der Stufenfunktion  $\theta(t)$ . Wir sehen also, daß unser Tiefpaß im wesentlichen das leistet, was er soll. Für niedrige Frequenzen gibt es aber durch unsere Verteilung Abweichungen. Für Sinussignale werden diese Abweichungen durch die Übertragungsfunktion  $g(\omega)$  korrigiert (siehe Kammfiltereffekt als Beispiel).

Als abschließende Anmerkung erwähnen wir, daß wir die Integriereigenschaft des Tiefpasses aus [FP-8a] für  $\exp\left(\frac{t}{RC}\right) \approx 1$  erhalten. Da damit die Normierung flöten geht (weil der Nenner gleich Eins ist), erscheint es so, daß der Tiefpaß auf beliebig hohe Spannungen integrieren kann (wenn z. B. die Spannung  $U_e$  ständig positiv ist, steigt das Integral mit der Zeit immer mehr an). Unser  $\exp$ -Faktor sichert also eine vernünftige Normierung und damit (gewichtete) Mittelung.

## 1.3 Gleichrichtung verschiedener Signalformen

### Unterschiede zwischen Einweg- und Zweiweggleichrichtung

Wir betrachten nun den Einfluß des steuerbaren Schalters und des Mittelwertbilders auf verschiedene Signalformen, wie werden also diese Signale gleichgerichtet?

Ein wichtiger Unterschied zwischen Einweg- und Zweiweggleichrichtung zeigt sich direkt bei einer Gleichspannung *vor* dem Schalter. Bei der Einweggleichrichtung wird die Hälfte der Gleichspannung abgeschnitten (siehe auch die Messungen in der Auswertung). Da die Oszillatorfrequenz groß ist gegenüber  $\frac{1}{RC}$ , mittelt der Tiefpaß dieses Signal zu einer Ausgangsspannung  $U_a = \frac{U_e}{2}$  (der Gleichspannungsanteil *nach* dem Schalter ist ja auch in der Tat  $\frac{U_e}{2}$ ). Niedrige Frequenzen und Gleichspannungen werden also bei Einweggleichrichtung nicht herausgefiltert, sondern nur gedämpft.

Bei der Zweiweggleichrichtung wird die Hälfte der Gleichspannung umgepolt, nach dem Schalter ist das Signal also symmetrisch um 0 V. Daher ist der Gleichspannungsanteil (*nach* dem Schalter) und somit die Mittelung des Tiefpasses (bei genügend hoher Oszillatorfrequenz) gleich Null. Bei Zweiweggleichrichtung werden also Gleichspannungen und niedrige Frequenzen herausgefiltert.

### 1.3.1 Sinussignale

Wir berechnen nun die Gleichrichtung eines Sinussignals  $U_e = U_0 \cdot \sin(\omega_0 t)$ , also mit Periodendauer  $T_0$ . Die Schaltung des steuerbaren Schalters setzt mit einer Phasenverschiebung  $\varphi$  ein. In den folgenden Rechnungen steht ein  $\varepsilon$ ; es ist 0 für Einweggleichrichtung und 1 für Zweiweggleichrichtung. Damit ergibt sich für das gleichgerichtete Signal

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{T_0} \cdot \left( \int_{\varphi}^{\frac{T_0}{2} + \varphi} U_e \cdot \sin(\omega_0 t) dt + \varepsilon \cdot \int_{\frac{T_0}{2} + \varphi}^{T_0 + \varphi} -U_e \cdot \sin(\omega_0 t) dt \right) \\ &= \frac{U_e}{T_0} \cdot \left( \int_0^{\frac{T_0}{2}} \sin(\omega_0 t - \varphi) dt - \varepsilon \cdot \int_{\frac{T_0}{2}}^{T_0} \sin(\omega_0 t - \varphi) dt \right) \quad (\text{beachte im folgenden } \omega_0 T_0 = 2\pi) \\ &= \frac{U_e}{\omega_0 T_0} \cdot (-\cos(\pi - \varphi) + \cos(-\varphi) + \varepsilon \cdot (\cos(2\pi - \varphi) - \cos(\pi - \varphi))) \\ &= \frac{U_e}{\pi} \cdot \cos(\varphi) + \varepsilon \cdot \frac{U_e}{\pi} \cdot \cos(\varphi). \end{aligned}$$

Also nochmal explizit: Einweggleichrichtung:

$$U_a = \frac{U_e}{\pi} \cdot \cos(\varphi) \quad (\text{S-1})$$

und Zweiweggleichrichtung:

$$U_a = 2 \cdot \frac{U_e}{\pi} \cdot \cos(\varphi). \quad (\text{S-2})$$

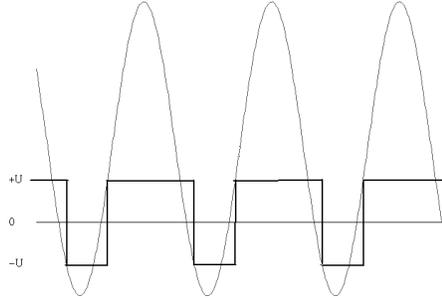
### 1.3.2 Rechtecksignale

Bevor wir den Einfluß der Gleichrichtung auf Rechtecksignale betrachten, wollen wir kurz diskutieren, wie man es erreichen kann, daß das Verhältnis des positiven Bereichs des Rechtecksignals zum negativen Bereich (das sogenannte *Tastverhältnis*) ein beliebiges Verhältnis annimmt, bzw. wie man ein Rechtecksignal überhaupt aus einem Sinussignal erzeugt.

#### Realisierung verschiedener Tastverhältnisse

Zur Erzeugung eines Rechtecksignals aus einem Sinussignal benutzt man einen sogenannten *Schmitt-Trigger*. Eine Realisierung mittels eines Operationsverstärkers ist in [AP-427] angegeben. Ein Schmitt-Trigger schaltet zwischen zwei Ausgangsspannungen hin und her, wenn jeweils eine Schwellen-Eingangsspannung überschritten wird. Da diese Schwellenspannungen symmetrisch um 0 V liegen, erzeugt eine

reine Sinusschwingung eine Rechteckschwingung mit Tastverhältnis 1 : 1 am Ausgang. Durch Überlagerung einer Gleichspannung kann man andere Tastverhältnisse erzeugen. Dies wird am besten graphisch deutlich:



### Gleichrichtung der Rechtecksignale

Nun wollen wir den Einfluß der Gleichrichtung auf ein Rechtecksignal mit Tastverhältnis  $a : b$ , wobei  $a < b$  sein soll (sonst  $U \rightsquigarrow -U$ ) und die Periodendauer  $T_0 = 2\pi$  beträgt, berechnen. Wiederum setzt der steuerbare Schalter mit Phasenverschiebung  $\varphi$  ein und wir verwenden  $\varepsilon$  in der gleichen Bedeutung wie beim Sinussignal. Wir müssen nun 4 Fallunterscheidungen durchführen: Folgende Verhältnisse können auftreten:

1. Der Schalter schaltet vor Änderung des Rechtecksignals zum ersten Mal:

$$0 < \varphi < \frac{a}{a+b} \cdot T_0 .$$

2. Der Schalter schaltet nach Änderung des Rechtecksignals zum ersten Mal, aber seine Phasenverschiebung ist noch kleiner als  $\pi = \frac{T_0}{2}$ :

$$0 < \frac{a}{a+b} \cdot T_0 < \varphi < \pi .$$

3. Die Phasenverschiebung des Schalters ist größer als  $\pi = \frac{T_0}{2}$ , aber das Zurückschalten findet vor der Änderung des Rechtecksignals statt:

$$0 < \varphi - \frac{T_0}{2} < \frac{a}{a+b} \cdot T_0 < \varphi < 2\pi .$$

4. Als letztes ist die Phasenverschiebung so groß, daß das Zurückschalten erst nach der Änderung des Rechtecksignals stattfindet. Natürlich ist  $\varphi < 2\pi = T_0$ , sonst wären wir ja wieder im ersten Fall:

$$0 < \frac{a}{a+b} \cdot T_0 < \varphi - \frac{T_0}{2} < \varphi < 2\pi .$$

Ganz allgemein gilt nun

$$U_a = \frac{1}{T_0} \cdot \left( \int_{\varphi}^{\varphi + \frac{T_0}{2}} U_e dt - \varepsilon \cdot \int_{\varphi + \frac{T_0}{2}}^{\varphi + T_0} U_e dt \right) ,$$

wobei

$$U_e = \begin{cases} U & \text{für } 0 \leq \frac{a}{a+b} \cdot T_0 \\ -U & \text{für } \frac{a}{a+b} \cdot T_0 < T_0 \end{cases} .$$

Wir rechnen dies nun zunächst für obige Fälle allgemein aus. Danach spezialisieren wir einerseits auf  $a = b = 1$  und analysieren andererseits die allgemeine Form. Also:

1. Hier ergibt sich (beachte im folgenden  $T_0 = 2\pi$ ):

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{T_0} \cdot \left( \int_{\varphi}^{\frac{a}{a+b} \cdot T_0} U dt - \int_{\frac{a}{a+b} \cdot T_0}^{\varphi + \frac{T_0}{2}} U dt + \varepsilon \cdot \int_{\varphi + \frac{T_0}{2}}^{T_0} U dt - \varepsilon \cdot \int_{T_0}^{\varphi + T_0} U dt \right) \\ &= U \cdot \left( \frac{2a}{a+b} - \frac{1}{2} - \frac{\varphi}{\pi} + \varepsilon \left( \frac{1}{2} - \frac{\varphi}{\pi} \right) \right). \end{aligned} \quad (1.2)$$

2. In diesem Fall gilt nun

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{T_0} \cdot \left( -\varepsilon \cdot \int_0^{\frac{a}{a+b} \cdot T_0} U dt + \varepsilon \cdot \int_{\frac{a}{a+b} \cdot T_0}^{\varphi} U dt - \int_{\varphi}^{\varphi + \frac{T_0}{2}} U dt + \varepsilon \cdot \int_{\varphi + \frac{T_0}{2}}^{T_0} U dt \right) \\ &= U \cdot \left( -\frac{1}{2} + \varepsilon \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{2a}{a+b} \right) \right). \end{aligned}$$

3. Für diesen Fall ergibt sich

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{T_0} \cdot \left( \int_0^{\varphi - \frac{T_0}{2}} U dt - \varepsilon \cdot \int_{\varphi - \frac{T_0}{2}}^{\frac{a}{a+b} \cdot T_0} U dt + \varepsilon \cdot \int_{\frac{a}{a+b} \cdot T_0}^{\varphi} U dt - \int_{\varphi}^{T_0} U dt \right) \\ &= U \cdot \left( \frac{\varphi}{\pi} - \frac{3}{2} + \varepsilon \cdot \left( \frac{\varphi}{\pi} - \frac{2a}{a+b} - \frac{1}{2} \right) \right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

4. Und schließlich nun

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{1}{T_0} \cdot \left( \int_0^{\frac{a}{a+b} \cdot T_0} U dt - \int_{\frac{a}{a+b} \cdot T_0}^{\varphi - \frac{T_0}{2}} U dt + \varepsilon \cdot \int_{\varphi - \frac{T_0}{2}}^{\varphi} U dt - \int_{\varphi}^{T_0} U dt \right) \\ &= U \cdot \left( \frac{2a}{a+b} - \frac{1}{2} + \varepsilon \cdot \frac{1}{2} \right). \end{aligned}$$

Für den Fall eines Tastverhältnisses von 1:1 gilt  $\frac{a}{a+b} \cdot T_0 = \frac{T_0}{2} = \pi$  und somit fallen die Fälle 2 und 4 weg. Die beiden übrigen Fälle führen dann zu folgender Ausgangsspannung bei Einweggleichrichtung:

$$U_a = \begin{cases} U \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{\varphi}{\pi} \right) & \text{für } 0 \leq \varphi < \pi \\ U \cdot \left( \frac{\varphi}{\pi} - \frac{3}{2} \right) & \text{für } \pi \leq \varphi < 2\pi \end{cases} \quad (\text{R-1})$$

und zu der doppelten Spannung bei Zweiweggleichrichtung:

$$U_a = \begin{cases} U \cdot \left( 1 - \frac{2\varphi}{\pi} \right) & \text{für } 0 \leq \varphi < \pi \\ U \cdot \left( \frac{2\varphi}{\pi} - 3 \right) & \text{für } \pi \leq \varphi < 2\pi \end{cases}. \quad (\text{R-2})$$

Die Ausgangsspannungen fallen also zwischen 0 und  $\pi$  linear von  $\frac{U}{2}$  bzw.  $U$  auf  $-\frac{U}{2}$  bzw.  $-U$  ab, zwischen  $\pi$  und  $2\pi$  steigen sie linear wieder an.

Nun wollen wir den Verlauf der Ausgangsspannung in Abhängigkeit der Phase bei beliebigem Tastverhältnis  $a : b$  diskutieren. Der erste Bereich geht dabei von  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = \frac{a}{a+b} \cdot T_0$ . Bei dem Übergang zum zweiten Bereich gibt es einen Knickpunkt im  $U_a$ - $\varphi$ -Diagramm, der also bei

$$\varphi_{\text{Knick}_1} = 2\pi \cdot \frac{a}{a+b} \quad (\text{T-a})$$

liegt. Für den ersten Bereich gelten nun die folgende Gleichungen für die Ausgangsspannungen:

$$U_a = U \cdot \left( \frac{2a}{a+b} - \frac{1}{2} - \frac{\varphi}{\pi} \right) \quad (\text{Einweggleichrichtung}), \quad (\text{TE-b})$$

$$U_a = U \cdot \left( \frac{2a}{a+b} - \frac{2\varphi}{\pi} \right) \quad (\text{Zweiweggleichrichtung}). \quad (\text{TZ-b})$$

Wenn man die Kurven für Einweg- und Zweiweggleichrichtung in ein Diagramm zeichnet, so können sie sich im ersten Bereich schneiden: Beide Ausgangsspannungen sind gleich groß, wenn in Gleichung (1.2) der  $\varepsilon$ -Term verschwindet, was bei

$$\varphi_{\text{Schnitt}_1} = \frac{\pi}{2} \quad (\text{T-c})$$

der Fall ist. Außerdem kann es vorkommen, daß die einzelnen Kurven im ersten Bereich die  $x$ -Achse schneiden, also das Vorzeichen der Ausgangsspannung wechseln. Für die Einweggleichrichtung, also bei  $\varepsilon = 0$ , ist  $U_a = 0$  für die Phase

$$\varphi_{\text{VZ-Wechsel}} = \left( \frac{2a}{a+b} - \frac{1}{2} \right) \cdot \pi \quad (\text{TE-d})$$

und bei der Zweiweggleichrichtung, also  $\varepsilon = 1$ , verschwindet die Ausgangsspannung bei

$$\varphi_{\text{VZ-Wechsel}} = \frac{a}{a+b} \cdot \pi. \quad (\text{TZ-d})$$

Im zweiten Bereich, der ja bei  $\varphi = \pi$  endet, sind die Ausgangsspannungen konstant. Es gilt:

$$U_a = -\frac{1}{2} \cdot U \quad (\text{Einweggleichrichtung}), \quad (\text{TE-e})$$

$$U_a = -\frac{2a}{a+b} \cdot U \quad (\text{Zweiweggleichrichtung}). \quad (\text{TZ-e})$$

Der dritte Bereich erstreckt sich nun über  $\varphi = \pi$  bis  $\varphi = \frac{a}{a+b} \cdot T_0 + \pi$ . Bei dem Übergang zum vierten und letzten Bereich gibt es wieder einen Knickpunkt im  $U_a$ - $\varphi$ -Diagramm, der also nun bei

$$\varphi_{\text{Knick}_2} = 2\pi \cdot \frac{a}{a+b} + \pi \quad (\text{T-f})$$

liegt. Für den dritten Bereich gelten nun die folgende Gleichungen für die Ausgangsspannungen:

$$U_a = U \cdot \left( \frac{\varphi}{\pi} - \frac{3}{2} \right) \quad (\text{Einweggleichrichtung}), \quad (\text{TE-g})$$

$$U_a = U \cdot \left( \frac{2\varphi}{\pi} - \frac{2a}{a+b} - 2 \right) \quad (\text{Zweiweggleichrichtung}). \quad (\text{TZ-g})$$

Wenn man immer noch die Kurven für Einweg- und Zweiweggleichrichtung in ein Diagramm zeichnet, so können sich die Kurven im dritten Bereich erneut schneiden: Beide Ausgangsspannungen sind gleich groß, wenn in Gleichung (1.3) der  $\varepsilon$ -Term verschwindet, was diesmal bei

$$\varphi_{\text{Schnitt}_2} = \pi \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{2a}{a+b} \right) \quad (\text{T-h})$$

der Fall ist. Außerdem können die einzelnen Kurven im dritten Bereich erneut die  $x$ -Achse schneiden, also wiederum das Vorzeichen der Ausgangsspannung wechseln. Für die Einweggleichrichtung, also bei  $\varepsilon = 0$ , ist  $U_a = 0$  für die Phase

$$\varphi_{\text{VZ-Wechsel}} = \frac{3}{2} \cdot \pi \quad (\text{TE-i})$$

und für die Zweiweggleichrichtung, also bei  $\varepsilon = 1$ , passiert das Verschwinden von  $U_a$  bei

$$\varphi_{\text{VZ-Wechsel}} = \left( 1 + \frac{a}{a+b} \right) \cdot \pi. \quad (\text{TZ-i})$$

Abschließend bleibt der vierte Bereich, der ja bis zum Ende bei  $\varphi = 2\pi$  verläuft. Wie im zweiten Bereich sind hier die Ausgangsspannungen konstant. Es gilt:

$$U_a = \left( \frac{2a}{a+b} - \frac{1}{2} \right) \cdot U \quad (\text{Einweggleichrichtung}), \quad (\text{TE-k})$$

$$U_a = \frac{2a}{a+b} \cdot U \quad (\text{Zweiweggleichrichtung}). \quad (\text{TZ-k})$$

### 1.3.3 Signal-Rausch-Verhältnis

Bis jetzt haben wir uns mit dem Einfluß unserer Schaltfunktionen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  mit anschließendem idealen Mittelwertbildner auf die sauberen, periodischen Sinus- und Rechtecksignale beschäftigt. Dabei war die Schaltfrequenz  $\omega_0$  gleich der Signalfrequenz  $\omega_{\text{Signal}}$ . Außerdem betrachteten wir die Wirkung auf Gleichspannung (was bei niedrigen Signalfrequenzen qualitativ weiter gilt). Wir gehen zunächst weiter davon aus, daß der Mittelwertbildner ideal nur die Frequenzen Null (also den Gleichspannungsanteil) herausfiltert und daß beim Produkt zwischen Schaltsignal und Nutzsignal keine Gleichspannungsanteile auftreten, wenn die Signalfrequenz größer der Oszillatorfrequenz ist. Im nächsten Abschnitt befassen wir uns mit den Korrekturen dieser idealisierenden Annahmen, die sich insbesondere im Kammfiltereffekt bemerkbar machen.

Unter diesen Annahmen kann man die Wirkung unseres Lock-in-Verstärkers mit Einweg- bzw. Zweiweggleichrichtung auf verrauschte Signale betrachten. In der Anleitung [Anl, Seite 9 und 10] ist dies für ein verrauschtes Sinussignal berechnet. Wir können nun aber ganz allgemein sagen, daß das Rauschen  $r(t)$  nicht stört, wenn ( $U_a$ : Ausgangssignal)

$$|\overline{r(t) \cdot \mu_i(t)}| \ll |U_a|.$$

Bei weißem Rauschen ist dies per definitionem immer erreichbar, wenn man nur genügend lange mittelt. Für kürzere Mittelungszeiten werden bei Einweggleichrichtung die Anteile niedriger Frequenz nur gedämpft, aber nicht herausgefiltert, wie oben für Gleichspannung betrachtet. Rauschanteile, deren Frequenzen nahe der Oszillatorfrequenz liegen, werden bei beiden Gleichrichtungsarten ebenfalls bei kurzer Mittelung nicht herausgemittelt. Man vergleiche zu diesen Dingen nochmal mit der Anleitung [Anl, S. 9, 10].

Zur quantitativen Angabe, wie verrauscht ein Signal ist, definiert man das *Signal-Rausch-Verhältnis*  $R$ . Dabei handelt es sich um das logarithmierte Verhältnis der (Sinus-)Signalleistung zu der Rauschleistung. Solche logarithmierten Größen gibt man in der Einheit **Bel** an. Die Zehnerpotenz, die man üblicherweise überall angibt, ist  $\frac{1}{10}$  Bel, das dezi Bel dB. Damit gilt also:

$$R [\text{dB}] = \log_{10} \left( \frac{U_{\text{Sinus}}^2}{U_{\text{Rausch}}^2} \right) \text{ Bel} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{U_{\text{Sinus}}^2}{U_{\text{Rausch}}^2} \right) \text{ dB} . \quad (1.4)$$

Im Versuch messen wir die Leistungen  $U^2$  direkt über einen Quadrierer, dessen Ausgangsspannung wir mitteln. Dies ermöglicht es uns, ohne Schwierigkeiten auch die Leistung der Sinusspannung und des Rauschens vor dem Lock-in-Verstärker zu messen. Genauer findet sich wieder in der Anleitung [Anl, S. 16, 22].

## 1.4 Der Kammfiltereffekt

Unsere Grundidee ist das Superheterodynprinzip nach Gleichung (1.1). Diese Gleichung beschreibt ja, daß bei einem sinusförmigen Signal und einer *sinusförmigen* Schaltfunktion der *gleichen* Frequenz ein Gleichspannungsanteil entsteht, den wir über den Mittelwertbilder weiter analysieren können. Solange beide Signale sinusförmig sind, gibt Gleichung (1.1) auch an, daß *nur* für gleiche Frequenzen ein solcher Gleichspannungsanteil entsteht, alle anderen Signalfrequenzen mitteln sich bei fester Schalterfrequenz heraus (wenn wir lange genug mitteln, sonst kommen evtl. auch noch niedrige Differenz-Frequenzen  $|\nu_{\text{Osz}} - \nu_{\text{Signal}}|$  durch (also falls deren Periodendauer  $\gg$  Mittelungszeit)). Unsere Schaltfunktionen  $\mu_i$  sind aber keine Sinusfunktionen, sondern einfache Rechtecksignale. Wir untersuchen also zunächst, ob diese Modifikation bewirkt, daß auch andere Signalfrequenzen außer der Schalterfrequenz einen Gleichspannungsanteil bewirken.

Mit Gleichung (1.1) haben wir eine gut handhabbare Beziehung an der Hand. Es empfiehlt sich daher, die Schaltfunktionen  $\mu_i$  einer Fourierentwicklung zu unterziehen. In dem Seminarvortrag [Sem-10] in einem Seminar, das einer von uns besuchte, oder auch – leichter einsehbar – in dem Buch [Za] ist beschrieben, daß man die Fourierkoeffizienten ungerader periodischer Funktionen  $f(t)$  über

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin(kt) dt$$

berechnet, so daß die Funktion dann über  $f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(kt)$  darstellbar ist. Die Funktionen  $\mu_2$  und  $\mu_1 - \frac{1}{2}$  sind ungerade, so daß sich für diese ( $\varepsilon = 0$  für  $\mu_1 - \frac{1}{2}$ ,  $\varepsilon = 1$  für  $\mu_2$ ) mit  $T_0 = 2\pi$  folgende Fourierkoeffizienten ergeben:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\pi} \left( \int_0^{\pi} \sin(kt) dt - \varepsilon \cdot \int_{\pi}^{2\pi} \sin(kt) dt \right) = \frac{1}{k\pi} \cdot (\cos(k\pi) - 1) \cdot (1 + \varepsilon) \\ &= \begin{cases} 0 & \text{für } k \text{ gerade} \\ \frac{2+2\varepsilon}{(2n+1)\cdot\pi} & \text{für } k = 2n + 1, \text{ also } k \text{ ungerade} \end{cases} \end{aligned}$$

Als Fourierentwicklungen ergeben sich dann

$$\mu_1(\omega_0 t) - \frac{1}{2} = \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin((2n+1)\omega_0 t)}{2n+1}$$

und

$$\mu_2(\omega_0 t) = \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin((2n+1)\omega_0 t)}{2n+1} .$$

Hiermit kann man nun die Rechnungen auf Seite 6 und 7 der Anleitung [Anl] nachvollziehen. Es wird zunächst die Voraussetzung gemacht, daß die Signalfrequenz  $\omega_e$  nur solche Werte annimmt, mit denen  $U_a$  mit  $T_0$  periodisch ist. Wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, so muß man die Mittelungszeit  $T_0$  von einer Periode ausdehnen: Falls  $\omega_e$  und  $\omega_0$  kommensurabel sind, so kommt man mit einer endlichen Mittelungszeit aus; sind sie es nicht, so muß man ideal (d. h. ohne periodische Vereinfachung) mitteln und den Grenzwert  $T_0 \rightarrow \infty$  bilden. In letzterem Fall erhält man im Experiment also Beiträge  $U_a \neq 0$ . Diese sind aber beim Integral  $I_2$  sehr kleine Korrekturen, so daß man sie vernachlässigen kann. Bei Einweggleichrichtung tritt zusätzlich noch das Integral  $I_1$  auf; dieses liefert bei niedrigen Frequenzen  $\omega_e \rightarrow 0$  Beiträge. Bei Gleichspannung ergibt sich der Beitrag  $\frac{U_e}{2}$ ; wir erkennen also, daß wir derartige Korrekturen schon beachtet haben, als wir die Gleichrichtung von Gleichspannungen analysierten. Die Voraussetzung für die weitere Rechnung ist also sinnvoll.

Die Rechnungen auf Seite 6 und 7 der Anleitung [Anl] sind im weiteren selbsterklärend. Wir möchten nur noch anmerken, daß nach der Zerlegung  $\sin(\omega_e t + \varphi) = \sin(\omega_e t) \cos(\varphi) + \cos(\omega_e t) \sin(\varphi)$  über die Additionstheoreme die Gleichung (1.1) (und eine analoge für  $\cos(\nu_{Osz}) \cdot \sin(\nu_{Signal})$ ) für alle Summanden angewandt wird. Im weiteren wird nur untersucht, unter welchen Umständen die Frequenz Null in einem der Argumente auftreten kann; für alle anderen Argumente verschwinden die Integrale.

Wir fassen die Ergebnisse zusammen: Es ergeben sich Frequenzen

$$\omega_e = (2k + 1) \cdot \omega_0 , \quad (1.5)$$

bei denen eine Ausgangsspannung bemerkbar ist; alle anderen Frequenzen werden (bei unseren jetzigen Annahmen) herausgefiltert. Deswegen nennt man die auftretenden Frequenzen Resonanzfrequenzen. Da es sich um die ungeradzahigen Vielfachen der Oszillatorfrequenz  $\omega_0$  handelt, kann man von Resonanzen sprechen, die wie ein Kamm liegen. Man gibt den Modifikationen, die dadurch nötig geworden sind, daß man nicht mit einer Sinusfunktion, sondern mit einer Rechteckfunktion schaltet, den Namen *Kammfiltereffekt*.

Wenn man das für obige Frequenzen auftretende Integral auswertet, so erhält man die Peakhöhen der Resonanzen (vgl. [Anl, S. 6, 7]):

$$U_{a_{\text{Peak}}} = (1 + \varepsilon) \cdot \frac{U_e}{\pi} \cdot \frac{1}{2k + 1} \cdot \cos(\varphi) . \quad (1.6)$$

Die Peakhöhen sind also umgekehrt proportional zum Faktor zwischen  $\omega_e$  und  $\omega_0$ . Bei unseren Messungen werden wir zweiweggleichrichten ( $\varepsilon = 1$ ) und die Phasenverschiebung nahe Null einstellen ( $\varphi \approx 0$ ).

Nachdem wir also den Einfluß der Schaltfunktion, die wir bei unserem Experiment verwenden, betrachtet haben, wollen wir noch versuchen, den Einfluß des Tiefpasses, der ja nicht ideal mittelt, zu beschreiben. Wir gehen weiterhin von Sinussignalen als Nutzsignalen aus. Bei einer idealen Mittelung würden nur Signale mit der Frequenz Null durchgelassen; das Frequenzspektrum hinter dem Tiefpaß entspräche einer  $\delta$ -Distribution. In Wirklichkeit beschreibt aber die Übertragungsfunktion  $g(\omega)$  die Stärke und das Frequenzspektrum hinter dem Tiefpaß. Wir können also als Korrektur für das schlechte Mitteln des Tiefpasses sagen, daß unser Tiefpaß nicht nur nach Frequenzen Null filtert, sondern auch nach anderen Frequenzen, wobei die Übertragungsfunktion angibt, wie stark auch noch diese Frequenzen durchkommen. Die Frequenz, die bei uns nach dem Schalter Null sein soll, ist die *Zwischenfrequenz*  $\omega_z = \omega_e - (2k + 1) \cdot \omega_0$  (es handelt sich dabei nicht um eine *Schwebungsfrequenz* (die auch  $\frac{\omega_z}{2}$  betragen würde), wie fälschlicherweise in [Anl] behauptet; diese treten bei Additionen von Schwingungen auf, nicht bei Multiplikationen (da bei diesem Experiment keine Schwebungen auftreten, belassen wir es bei dieser Bemerkung)). Unsere Übertragungsfunktion beschreibt nun, daß unser Mittelwertbilder auch noch Eingangsspannungen mit leicht abweichenden Frequenzen  $\omega_z$  (gleich Ausgangsspannungen des Schalters) gedämpft durchläßt; die Ausgangsspannung beträgt dann

$$U_a = g(\omega_z) \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \frac{U_e}{\pi} \cdot \frac{1}{2k + 1} \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\omega_z t) .$$

Der (zeitlich konstante) Faktor  $\cos(\varphi)$  dämpft auch hier noch das Signal; dies wäre anders, wenn  $U_a$  proportional zu  $\cos(\omega_z t + \varphi)$  wäre, da man dann die Zeit so umparametrisieren könnte, daß  $\varphi = 0$  setzbar wäre.

Die Halbwertsbreite der Resonanzpeaks erhält man durch folgende Überlegung: Die Frequenz  $\omega_{z_0}$ , bei der die Ausgangsspannung auf die Hälfte gefallen ist, also bei  $g(\omega) = \frac{1}{2}$ , ist gerade die Frequenzabweichung von der idealen Zwischenfrequenz  $\omega_z = \omega_e - (2k + 1) \cdot \omega_0 = 0$ . Die Halbwertsbreite ist dann also  $\Delta\omega = 2\omega_{z_0}$ . Rechnen wir:

$$g(\omega_{z_0}) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_{z_0}^2 \tau^2}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2}$$

ist äquivalent zu

$$1 + \omega_{z_0}^2 \tau^2 = 4 \iff \omega_{z_0}^2 = \frac{3}{\tau^2}.$$

Damit ergibt sich die Halbwertsbreite zu:

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \Delta\omega = \frac{1}{\pi} \cdot \omega_{z_0} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{RC}, \quad (1.7)$$

wobei  $\tau = RC$  beachtet wurde.

Wir sehen also, daß das nicht-ideale Mitteln unseres Tiefpasses eine Verbreiterung unserer Peaks bewirkt. Die Halbwertsbreite ist zur Zeitkonstante des Tiefpasses umgekehrt proportional.

All diese Sachverhalte sind in den Abbildungen 7-9 auf den Seiten 7 und 8 der Anleitung [Anl] nochmal veranschaulicht.

## 1.5 Sonstiges

Auf den Seiten 11 bis 16 der Anleitung [Anl] sind nun noch weitere Bauteile beschrieben. Diese Beschreibung ist bereits so vollständig, daß wir hier nur eine extrem kurze Skizze angeben wollen.

Um die Frequenz des Oszillators auf die Frequenz des Signals anzugleichen und um feste Phasenbeziehungen zwischen beiden zu erlauben, benutzt man einen *Phase locked loop*, kurz PLL. Dieser besteht aus einem Schmitt-Trigger, einem Phasenmesser  $\varphi$ , einem Tiefpaß und einem *Voltage controlled oscillator*, kurz VCO (vgl. z. B. Abbildung 19, [Anl, Seite 19]). Der Schmitt-Trigger wandelt das Sinus-Nutzsignal zur Verwendung im PLL in ein Rechtecksignal um, der VCO erzeugt bereits ein Rechtecksignal. Der Phasenmesser kann nun die Phasenbeziehung zwischen beiden Signalen messen, indem er bei abfallenden Flanken des Nutz- bzw. Oszillatorsignals ein RS-Flip-Flop umschaltet (vgl. Abbildung 13, [Anl, Seite 13]). Die Funktionsweise solcher und anderer Flip-Flops haben wir bereits in Versuch 8c [FP-8c] der Kernphysik betrachtet. Über die Mittelwertbildung durch den Tiefpaß erhält man eine Gleichspannung, die zur Phasenbeziehung proportional ist, da ja das Tastverhältnis am Ausgang von  $\varphi$  gerade von der Phase gesteuert wurde. Diese Gleichspannung steuert nun die Frequenz des VCO's. Durch eine Erhöhung der VCO-Frequenz vermindert sich die Phasenverschiebung und umgekehrt, solange, bis die Frequenz des VCO's der des Nutzsignals angepaßt ist. Neben der Gleichspannung vom Tiefpaß kann man noch weitere Gleichspannungen über ein Potentiometer oder, zeitlich linear ansteigend, über den Rampengenerator aufaddieren. Hierdurch ist es möglich, die Phasenbeziehung zu steuern, bei der die Frequenz des VCO's gleich der Frequenz des Nutzsignals ist. Um dies nochmal in anderen Worten auszudrücken: Wenn die Gleichspannung z. B. über den Rampengenerator steigt, so muß die Gleichspannung nach dem Tiefpaß sinken, also die Phase kleiner werden, damit die Steuerspannung am VCO und somit dessen Frequenz konstant bleiben kann.

Hiermit wollen wir die Theorie bewenden lassen. Es folgen Tabellen unserer Meßwerte und die Auswertung.

## 2. Die Meßdaten

Wir führen hier einige handschriftliche Messungen auf, die wir zu diesem Versuch aufgenommen haben, damit ein paar längliche Tabellen, die wir in der Auswertung nur graphisch veranschaulichen werden, an diesem Ort den Platz wegnehmen.

### 2.1 Zur Kennlinie des VCO's

Um nachher in der Auswertung die Kennlinie des VCO's zeichnen zu können, haben wir folgende Meßwerte aufgenommen:

$U_{st}$ [V]	$\nu$ [Hz]	$U_{st}$ [V]	$\nu$ [Hz]
-10,04	253,3	0,50	206,5
-7,99	253,3	1,00	201,6
-5,96	253,2	1,50	197,2
-4,99	252,6	2,00	193,3
-4,52	252,0	2,20	191,9
-4,23	251,2	2,40	190,7
-4,00	250,5	2,60	189,6
-3,79	249,6	2,79	188,6
-3,59	248,5	3,00	187,7
-3,39	247,3	3,19	186,9
-3,20	246,0	3,40	186,3
-3,00	244,3	3,60	185,8
-2,79	242,6	3,79	185,4
-2,60	240,6	3,99	185,1
-2,40	238,7	4,25	184,9
-2,20	236,6	4,50	184,6
-2,00	234,8	5,00	184,4
-1,50	228,8	6,00	184,2
-1,00	223,0	8,00	184,2
-0,50	217,3	10,01	184,2
0,0	211,8		

### 2.2 Zur Eichung des Quadrierers

Um den Quadrierer zu eichen, haben wir Gleichspannungen auf den Eingang gegeben und die Ausgangsspannungen am  $\times 1$ -Ausgang gemessen. Alle Messungen sind mit dem Multimeter durchgeführt. Bei einigen Werten hatten wir auch am  $\times 2,5$ -Ausgang die Ausgangsspannung gemessen; da wir diese

Werte aber in der Auwertung nicht verwendet haben, wollen wir sie hier nicht aufführen. Für den  $\times 1$ -Ausgang ergab sich also:

Eingangsspannung	Ausgangsspannung	Eingangsspannung	Ausgangsspannung
-9,00	12,38	0,1	0,07
-8,00	9,93	0,2	0,07
-7,00	7,70	0,3	0,08
-6,00	5,75	0,4	0,08
-4,98	4,06	0,5	0,09
-4,01	2,72	0,6	0,10
-3,00	1,60	0,8	0,12
-2,00	0,78	1,01	0,16
-0,95	0,23	2,08	0,56
-0,8	0,18	3,03	1,17
-0,6	0,13	4,02	2,09
-0,5	0,11	5,05	3,36
-0,4	0,11	6,02	4,82
-0,3	0,10	7,01	6,62
-0,2	0,08	8,03	8,78
-0,1	0,08	9,00	11,02
0	0,07		

## 2.3 Zum Kammfiltereffekt

Und jetzt folgen die Meßwerte, die wir zum Kammfiltereffekt aufgenommen haben. Die Sinus-Eingangsspannung betrug  $U_{e, \text{Meß}} = 9,27 \text{ V}$  am Multimeter. Nach der Korrektur vom Effektivwert zum Spitzenwert ( $U_{e, \text{Spitze}} = 13,11 \text{ V}$ ) und nach Beachtung der Dämpfung erhält man  $U_e = 10,67 \text{ V}$ . Die Frequenz  $\omega_0$  des VCO's lag bei  $211,8 \text{ Hz}$ , da wir keine Spannung an den VCO anlegten. Wir haben zweiweggleichgerichtet und in Abhängigkeit der Frequenz die Ausgangsspannungen nach dem Mittelwertbilder für 3 verschiedene Kondensatoren (gleicher Widerstand  $R = 1 \text{ M}\Omega$ ) am Oszillographen gemessen:

$\nu$ [Hz]	Kondensator $C = 1 \mu\text{F}$	Kondensator $C = 0,1 \mu\text{F}$	Kondensator $C = 10 \text{ nF}$
	$U_a$ [V]	$U_a$ [V]	$U_a$ [V]
10,0	0,014	0,13	1,2
18,5	0,012	0,12	1,2
40,6	0,016	0,12	1,2
61,7	0,014	0,13	1,2
80,2	0,016	0,14	1,4
119,9	0,016	0,16	1,6
148,5	0,024	0,2	2,0
178,4	0,035	0,35	3,2
199,2	0,08	0,8	5,2
202,6	0,1	1,0	6,0
205,2	0,18	1,8	6,8
209,6	0,32	3,2	6,8
211,8	1,0	5,6	6,8
212,8	4,0	6,8	7,2
214,7	0,5	4,0	6,8
217,5	0,2	2,0	6,4
219,9	0,18	1,4	6,2

$\nu$ [Hz]	Kondensator $C = 1 \mu\text{F}$	Kondensator $C = 0,1 \mu\text{F}$	Kondensator $C = 10 \text{nF}$
	$U_a$ [V]	$U_a$ [V]	$U_a$ [V]
225,2	0,09	0,85	5,2
247,7	0,03	0,32	2,8
300,1	0,015	0,14	1,4
412,5	0,02	0,08	0,8
518,8	0,01	0,08	0,72
609,2	0,02	0,16	1,4
619,6	0,024	0,22	1,8
626,5	0,035	0,32	2,0
632,1	0,060	0,56	2,4
638,4	1,2	2,2	2,6
645,6	0,05	0,5	2,4
656,3	0,024	0,22	1,8
704,0	0,012	0,076	0,76
788,9	0,01	0,050	0,44
901,5	0,01	0,040	0,4
1006,0	0,01	0,060	0,56
1013,7	0,01	0,068	0,6
1029,7	0,014	0,08	0,76
1039,1	0,018	0,1	0,9
1044,0	0,018	0,12	1,0
1048,3	0,02	0,15	1,2
1052,3	0,025	0,2	1,3
1056,6	0,032	0,26	1,4
1060,0	0,048	0,4	1,5
1064,1	0,25	1,2	1,6
1069,8	0,048	0,4	1,5
1083,7	0,018	0,13	1,1
1101,0	0,013	0,075	0,7
1195,5	0,009	0,036	0,32
1301,9	0,009	0,032	0,26
1388,0	0,011	0,036	0,3
1439,6	0,012	0,050	0,44
1472,7	0,017	0,1	0,8
1481,2	0,022	0,17	1,0
1488,9	0,070	0,56	1,1
1497,9	0,030	0,22	1,1
1508,8	0,016	0,1	0,8
1542,7	0,012	0,048	0,4
1594,8	0,011	0,032	0,26

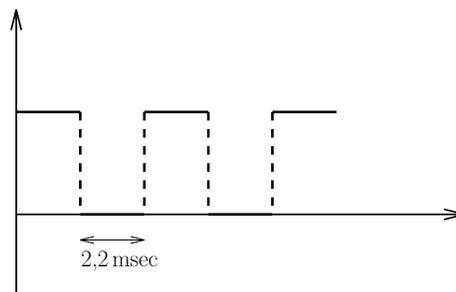
Der Zeitpunkt der Aufnahme des letzten Meßwerts war  $21^{\overline{17}}$  (nur um es festgehalten zu haben ...).

# 3. Auswertung

## 3.1 Schalter und Rampengenerator

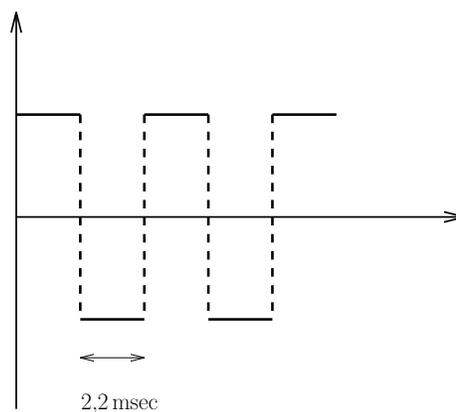
Der Rampengenerator wurde zunächst auf „STOP“ gestellt und lieferte uns damit eine konstante Eingangsspannung. Diese wurde mit dem Multimeter und dem Oszilloskop gemessen. Wir erhielten  $U_e = 10,02\text{ V}$  für das Multimeter und  $U_e = 10\text{ V}$  beim Oszilloskop.

Bei der *Einweggleichrichtung* erhielten wir folgendes Oszilloskop-Bild:



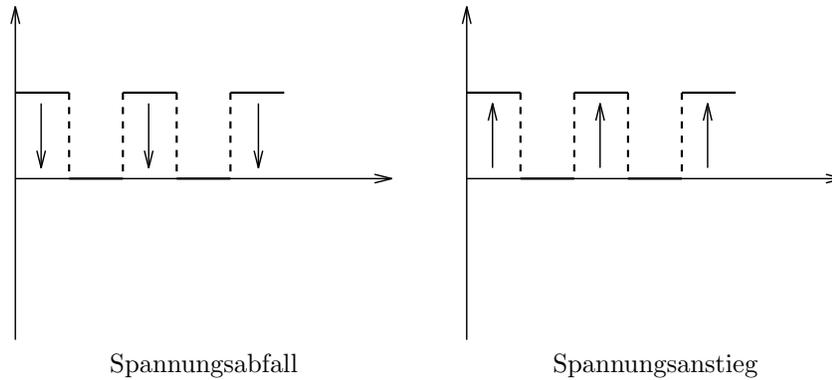
Wir sehen also ein Rechtecksignal, das – wie erwartet – nur nach einer Seite ausgelenkt wurde. Hierbei haben wir die Ausgangsspannung auf dem Oszilloskop  $U_a = 8\text{ V}$  und auf dem Multimeter  $U_a = 4,08\text{ V}$  gemessen. Unter Beachtung, daß wir beim Multimeter noch durch Multiplikation mit 2 auf den Spitzenwert umrechnen müssen, bekommen wir eine *Dämpfung durch den Schalter* zwischen 20% (Oszi) und 18,6% (Multimeter).

Bei der *Zweiweggleichrichtung* erhielten wir folgendes Oszilloskop-Bild:

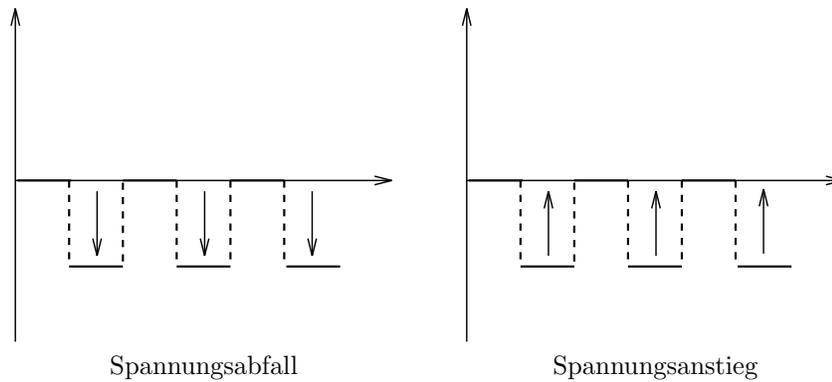


Wir sehen also ein Rechtecksignal, daß nach beiden Seiten ausgelenkt wurde. Auf dem Multimeter konnten wir diesmal daher natürlich keinen Wert ablesen; auf dem Oszilloskop war die Ausgangsspannung unverändert  $U_a = 8\text{ V}$ .

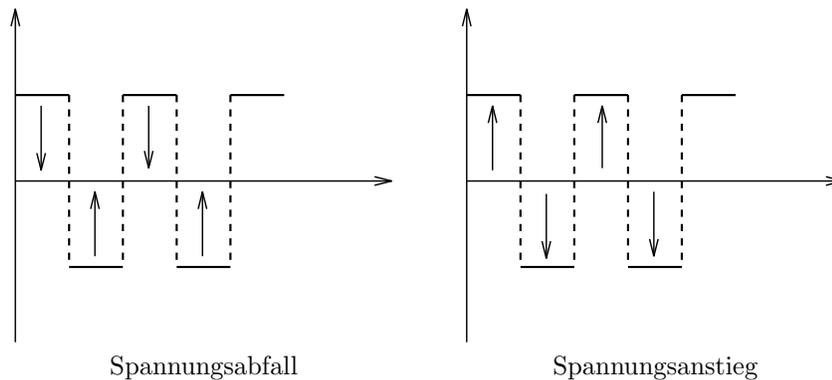
Nun ließen wir die Spannung unseres Rampengenerators immer weiter abfallen bzw. ansteigen. Bei der Einweggleichrichtung erhielten wir somit:



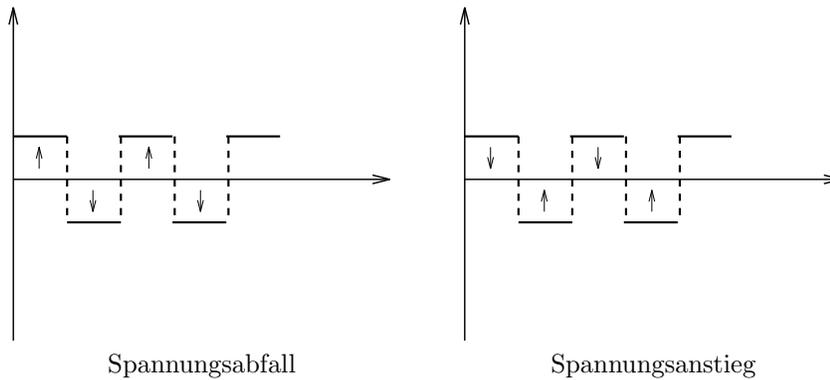
Beim Übergang zu negativen Spannungen springt die sinkende Flanke um zu den bisher ruhenden Nullspannungen, da wir die Triggerung nur auf positive Flanken eingestellt hatten. Das sah dann so aus:



Und nun das gleiche für die Zweiweggleichrichtung: Wir erhalten:



Wiederum springt beim Übergang zu negativen Spannungen die sinkende Flanke um zu den bisher steigenden Spannungen, da wir die Triggerung nur auf positive Flanken eingestellt hatten. Das sah dann aus, als ob Spannungsabfall bzw. -anstieg sich gerade abwechseln würden. Ohne unsere Triggerungseinstellung, wären die jetzigen Graphen aber um  $\pi$  nach links verschoben.

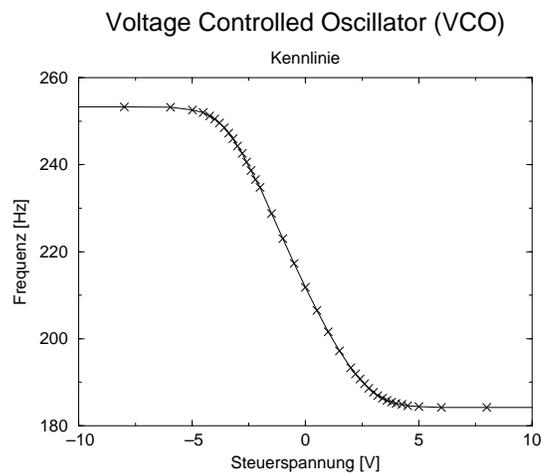


Das wachsende bzw. fallende Signal verhält sich entsprechend den zuerst gemessenen, konstanten Signalen für Ein- und Zweiweggleichrichtung, wie oben schon diskutiert, nur können wir nun die Amplitude dieser schon gesehenen Signale variieren.

## 3.2 Kennlinie des VCO's

Mittels einer Steuerspannung  $U_{st}$  von  $-10\text{ V}$  bis  $+10\text{ V}$  war es uns möglich, die Frequenz des *Voltage Controlled Oscillators* (VCO) im Bereich von  $253,3\text{ Hz}$  bis  $184,2\text{ Hz}$  zu verändern.

Der Zusammenhang zwischen Steuerspannung und Frequenz des VCO's ist in der Kennlinie in der folgenden Abbildung dargestellt.



Wir ersehen aus der Kennlinie, daß wir nur im Bereich von  $-3,00\text{ V}$  bis  $2,00\text{ V}$  eine *lineare* Abhängigkeit der VCO-Frequenz von der Steuerspannung haben. Eine bemerkenswerte Steuerung läßt sich nur zwischen  $+4,5\text{ V}$  ( $184,6\text{ Hz}$ ) bis zu  $-5,5\text{ V}$  ( $252,9\text{ Hz}$ ) feststellen. Dies ist dann auch der Bereich, der im weiteren Verlauf des Versuchs wichtig ist.

### 3.3 Mittelwertbilder

Der *Mittelwertbilder* wurde mit einer Kapazität  $C_1=10\text{ nF}$  und einem Widerstand  $R=1\text{ M}\Omega$  realisiert. Damit berechnet sich die theoretische Zeitkonstante zu  $\tau = R \cdot C = 1\text{ M}\Omega \cdot 10\text{ nF} = 10\text{ msec}$ .

Vergleichen wir mit der Messung: Die Übertragungsfunktion lautet:

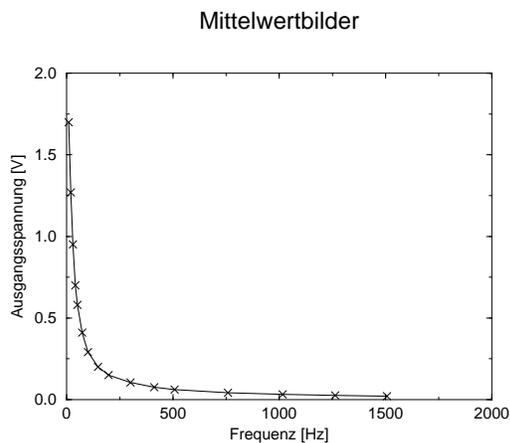
$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

Daher berechnet sich die Zeitkonstante  $\tau$  auf folgende Art und Weise, wenn man  $\omega = 2\pi\nu$  und  $\tau = RC$  beachtet:

$$\tau = \frac{1}{2\pi\nu} \cdot \sqrt{\left| \frac{U_e}{U_a} \right|^2 - 1}$$

Wir erhalten folgende Werte, wobei die %-Spalten die prozentuale Abweichung vom theoretischen Wert angeben.

$\nu$ [Hz]	$U_e$ [V] O	$U_e$ [V] M	$U_a$ [V] O	$U_a$ [V] M	$\tau$ [msec] O	%	$\tau$ [msec] M	%
9,9	2,8	1,98	2,4	1,7	9,660	3,393	9,599	4,007
19,2	2,8	1,99	1,8	1,27	9,877	1,229	9,999	0,002
28,9	2,8	1,99	1,3	0,95	10,50	5,055	10,13	1,365
40,8	2,8	1,98	1,0	0,7	10,20	2,020	10,32	3,213
50,0	2,8	1,98	0,8	0,58	10,67	6,764	10,38	3,897
73,0	2,8	1,99	0,56	0,41	10,68	6,807	10,35	3,549
100,4	2,8	1,98	0,36	0,29	12,22	22,27	10,70	7,064
147,7	2,8	1,97	0,29	0,20	10,34	3,480	10,55	5,590
197,0	2,8	1,97	0,22	0,15	10,25	2,504	10,57	5,795
299,4	2,8	1,99	0,15	0,105	9,908	0,914	10,06	0,606
411,8	2,8	1,99	0,11	0,076	9,830	1,697	10,11	1,124
508,0	2,8	1,99	0,09	0,061	9,741	2,580	10,21	2,158
758,5	2,8	1,99	0,06	0,041	9,789	2,102	10,18	1,822
1015,6	2,8	1,99	0,044	0,031	9,971	0,287	10,05	0,585
1262,9	2,8	1,99	0,036	0,025	9,801	1,989	10,03	0,306
1506,8	2,8	1,99	0,030	0,021	9,857	1,422	10,00	0,086

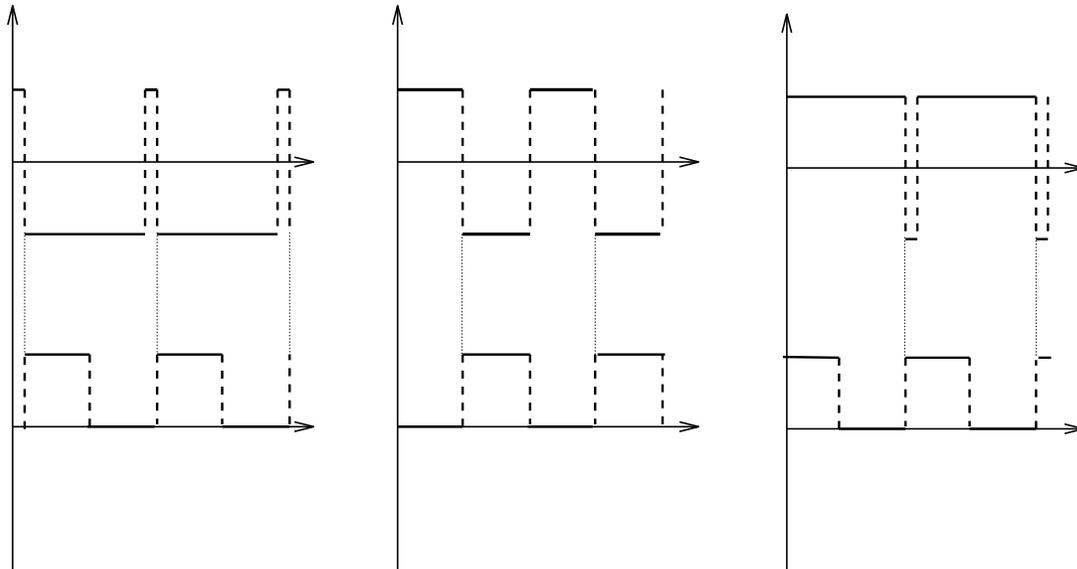


In dieser Tabelle signalisieren *O* und *M*, ob die Ablesung am Oszilloskop oder am Multimeter erfolgte. Wir erkennen, daß die mit dem Multimeter gemessenen Werte etwas besser sind, da die zugehörigen prozentualen Abweichungen vom theoretischen Wert etwas niedriger liegen als bei den mit dem Oszilloskop gemessenen Werten, was auch nicht verwundert, da wir beim Ablesen am Oszilloskop zwangsläufig ungenauer ablesen als bei einem Digitalmultimeter. Wir werden uns daher bei der Auftragung der Ausgangsspannung gegen die Frequenz auf den „Multimeter-Fall“ beschränken. Da die Eingangsspannung konstant blieb, entspricht diese Auftragung natürlich der Übertragungsfunktion und ist nebenstehend abgebildet. Da die Zeitkonstante von 10 msec einer

Kreisfrequenz  $\omega$  von 100Hz entspricht und daher bei einer Frequenz  $\nu$  von 15,92Hz erreicht wird, es aber extrem schwierig ist, dort viele Meßwerte niedriger Frequenz aufzunehmen, erkennen wir leider nicht die Rechtsbiegung der Übertragungsfunktion bei niedrigen Frequenzen wie sie in Abbildung 5, Seite 4 in der [Anl] zu erkennen ist. Wir sind aber wenigstens sicher in einem Bereich, in dem der Tiefpaß gut mittelt.

### 3.4 Phase-Locked-Loop (PLL)

Wir plotten jetzt zunächst die Signale am Baustein  $\varphi$  und am VCO eines PLL's bei verschiedenen eingestellten Phasenbeziehungen. Links befindet sich der PLL bei der Phasenverschiebung knapp über 0, in der Mitte ist der PLL mit Phasenverschiebung  $\pi$  und rechts befindet sich der PLL bei einer Phasenverschiebung von fast  $2\pi$ . Jeweils oben ist die Messung an  $\varphi$ , unten die am VCO:

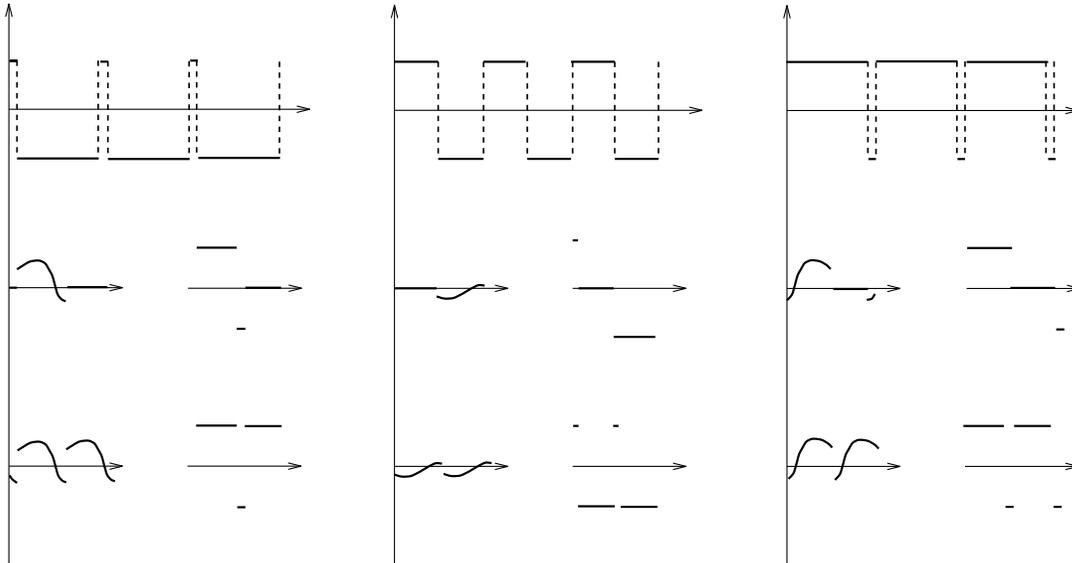


Das Signal am VCO ist jeweils von der gleichen Form, da wir ja die Spannung am Rampengenerator per Hand so eingestellt haben, daß bei einer bestimmten Phasenbeziehung die Oszillatorfrequenz gleich der Signalfrequenz ist (bei uns übrigens 213,7Hz). In den Abbildungen erkennt man an den Sprungzeitpunkten des VCO-Signals die Phasenbeziehungen (die Nutzsignalform bleibt ja ständig gleich). Der Phasenmesser  $\varphi$  mißt in der Tat die Phasenbeziehung richtig: Das *Tastverhältnis*, also der positive Bereich des Rechtecksignals im Verhältnis zum negativen, entspricht der Phasenbeziehung. Bei einem Verhältnis nahe bei Null hat man auch eine Phasenverschiebung nahe bei Null (links). Das Tastverhältnis wächst dann bis Eins, wo man dann die Phasenverschiebung  $\pi$  hat (Mitte). Weiter wachsend hat man für ein Tastverhältnis nahe unendlich eine Phasenverschiebung von fast  $2\pi$  (rechts).

### 3.5 Gleichrichtung der Signale

Wir beginnen damit, zunächst die Oszilloskop-Bilder darzustellen. In den Zeichnungen befindet sich jeweils das Signal am Phasenmesser  $\varphi$  zur Orientierung und darunter die Messungen: Oben die Signale der Einweggleichrichtung, unten die der Zweiweggleichrichtung; links die Sinussignale, rechts die Rechtecksignale bei Tastverhältnis 1 : 1 (die Oszilloskopbilder bei dem ‚ungleichen‘ Tastverhältnis haben wir nicht abgezeichnet; sind ja inzwischen genug Bilder ... ). Wir haben aus Platzgründen jeweils nur eine

Periode gezeichnet. In der linken Abbildung haben wir die Messungen bei einer Phasenverschiebung nahe bei Null aufgenommen, in der mittleren Zeichnung befinden sich die der Phasenverschiebung  $\pi$  und die rechte Abbildung enthält die Messungen bei einer Phasenverschiebung etwas unter  $2\pi$ :



Sieht echt schön aus auf dem Oszilloskop ...

Im folgenden kümmern wir uns um die aufgenommenen Schreiberplots, um die Gleichrichtung und Mittelung detaillierter auswerten zu können. Die Schreiberplots sind jeweils in einer Schreibzeit von ungefähr 3 Minuten aufgenommen worden.

### 3.5.1 Sinussignale

Als erstes werten wir den Schreiberplot 5.1 (Sinussignal) aus: Er befindet sich im Anhang an diese Auswertung vor der Anleitung (zumindest irgendwo dort in der Nähe). Die Eingangsspannung betrug bei uns  $U_{e_{\text{Meß}}} = 1,854 \text{ V}$ , auf dem Multimeter gemessen. Da es sich ja um ein Sinussignal handelt, müssen wir noch mit  $\sqrt{2}$  multiplizieren, um den Spitzenwert zu erhalten:  $U_{e_{\text{Spitze}}} = 2,622 \text{ V}$ . Jetzt beachten wir die Dämpfung des Schalters und ziehen 18,6% von der Spannung ab:  $U_e = 2,123 \text{ V}$ . Nach den Formeln (S-1) und (S-2) sollten wir bei 0,  $\pi$  und  $2\pi$  betraglich die Ausgangsspannung  $\frac{U_e}{\pi} = 0,679 \text{ V}$  (Einweggleichrichtung) bzw.  $\frac{2U_e}{\pi} = 1,359 \text{ V}$  (Zweiweggleichrichtung) nach dem Mittelwertbilder messen. Tatsächlich haben wir folgende Werte gemessen:

Einweggleichrichtung	Zweiweggleichrichtung
$U_a(0) = 0,643 \text{ V}$	$U_a(0) = 1,359 \text{ V}$
$U_a(\pi) = -0,748 \text{ V}$	$U_a(\pi) = -1,466 \text{ V}$
$U_a(2\pi) = 0,644 \text{ V}$	$U_a(2\pi) = 1,363 \text{ V}$

Unsere Eingangs-Sinusspannung scheint nicht völlig symmetrisch gewesen zu sein, der negative Wert muß betraglich leicht größer sein als der positive. Das scheint sich auch im Schreiberplot zu bestätigen: Die beiden Kurven aus Einweg- und Zweiweggleichrichtung schneiden sich erst im Negativen bei ungefähr  $-0,068 \text{ V}$ , obwohl die Achse ja gezeichnet wurde, während der  $y$ -Eingang auf Masse gelegt war. Mit der Korrektur werden die negativen Werte bei  $\pi$  um einiges besser. Dann sind aber die beiden

anderen Werte ein wenig zu groß, denn sie sind ja nicht für exakt 0 und  $2\pi$  gemessen. Vielleicht hat der Schalter ja nicht mehr so stark gedämpft; er ist sicherlich wärmer geworden im Verlaufe des Versuchs. Wenn man diese leichten Abweichungen vernachlässigt, dann sind unsere Werte eigentlich überzeugend gut.

Aus dem Diagramm kann man über die Werte  $\frac{\pi}{2}$  und  $\frac{3\pi}{2}$  auch bestimmen, wie nah wir tatsächlich an 0 bzw.  $2\pi$  herangekommen sind: An  $2\pi$  sind wir bis auf  $0,112 \text{ rad} = 6,4^\circ$  und an 0 sind wir bis auf  $0,224 \text{ rad} = 12,9^\circ$  herangekommen. Wir denken, das ist eigentlich recht gut.

### 3.5.2 Rechtecksignale

#### Tastverhältnis 1 : 1

Und nun ist der Schreiberplot 5.2 (Rechtecksignal im Tastverhältnis 1 : 1) an der Reihe: Auch er befindet sich im Anhang an diese Auswertung vor der Anleitung. Die Eingangsspannung betrug bei uns nun  $U_{e_{\text{Meß}}} = 10,75 \text{ V}$ . Unter Beachtung der Dämpfung des Schalters ziehen wir  $18,6\%$  von dieser Spannung ab:  $U_e = 8,708 \text{ V}$ . Nach den Formeln (R-1) und (R-2) sollten wir bei  $0, \pi$  und  $2\pi$  betraglich die Ausgangsspannung  $U_a = \frac{U_e}{2} = 4,35 \text{ V}$  (Einweggleichrichtung) bzw.  $U_a = U_e = 8,71 \text{ V}$  (Zweiweggleichrichtung) nach dem Mittelwertbilder messen; dazwischen sollte die Spannung linear abfallen bzw. ansteigen. Diese linearen Anteile sind bei uns sehr deutlich zu erkennen. Unsere Meßwerte für die Ausgangsspannung waren diesmal:

Einweggleichrichtung	Zweiweggleichrichtung
$U_a(0) = 3,74 \text{ V}$	$U_a(0) = 7,58 \text{ V}$
$U_a(\pi) = -4,05 \text{ V}$	$U_a(\pi) = -8,19 \text{ V}$
$U_a(2\pi) = 3,62 \text{ V}$	$U_a(2\pi) = 7,45 \text{ V}$

Diese Werte erreichen unsere theoretischen Erwartungen nicht ganz. Dies wird vor allem daran liegen, daß unser Tastverhältnis nicht exakt 1 : 1 war. Wir haben ja in unseren Plots auch keine echten Spitzen bei  $\pi$  erhalten, sondern kleine konstante Bereiche. Verlängern wir die linearen Bereiche im Schreiberplot, so ergeben sich ungefähr Spannungen von  $U_a(\pi) = -4,25 \text{ V}$  (Einweg) und  $U_a(\pi) = -8,4 \text{ V}$ , was natürlich ziemlich fehlerbehaftet ist, weil wir nur graphisch ablesen. Dennoch entspricht der Einweg-Wert fast dem theoretischen Wert. Beim Zweiweg-Wert haben wir mit Formel (TZ-e) und dem theoretisch erwarteten Wert eine Abschätzung für unser tatsächliches Tastverhältnis durchgeführt: Es ergibt sich eines von 1 : 1,07. Solch ein Tastverhältnis halten wir durchaus für denkbar, wer kann schon eines von 1 : 1 exakt einstellen ... Weiterhin wäre es möglich, daß wir mit unserer doch recht hohen Eingangsspannung übersteuert haben; wir gehen aber nicht davon aus, denn ein leicht verzerrtes Tastverhältnis erklärt unsere Messungen vollständig und zufriedenstellend. Wenn unser Eingangssignal erneut etwas unsymmetrisch war, erklärt dieses den zu tiefen Schnittpunkt der beiden Kurven bei  $\frac{\pi}{2}$ ; der exakt bei Null liegende Schnittpunkt bei  $\frac{3\pi}{2}$  ist dann durch das Tastverhältnis leicht verschoben und in Wahrheit bei  $1,54 \cdot \pi$ . Da sich diese Asymmetrie auch auf unsere Spannungsmeßwerte korrigierend auswirkt, hätte sie allerdings auch Einfluß auf unsere Tastverhältnis-Bestimmung; diese Korrekturen konkret durchzuführen, würde für diesen Rahmen aber zu weit gehen und auch keinen wesentlichen Erkenntnisgewinn bringen. Festzuhalten bleibt, daß unser Tastverhältnis nicht exakt 1 : 1 war; wir damit aber alle Eigenheiten des Plots 5.2 zufriedenstellend erklären und beschreiben können.

Bleibt noch anzumerken, wie nah wir diesmal an 0 und  $2\pi$  herangekommen sind: An 0 und  $2\pi$  sind wir bis auf  $0,152 \text{ rad} = 8,7^\circ$  herangekommen. Prima.

#### Tastverhältnis 1 : 2,92

So, jetzt beschäftigen wir uns abschließend mit dem Schreiberplot 5.3, der sich an der üblichen Stelle befindet. Die Eingangsspannung betrug bei uns nun  $U_{e_{\text{Meß}}} = 10,5 \text{ V}$ . Unter Beachtung der Dämpfung des

Schalters ziehen wir wiederum 18,6% von dieser Spannung ab:  $U_e = 8,547\text{V}$ . Auf dem Oszilloskop haben wir ein Tastverhältnis von 1:2,92 gemessen, was schon aufgrund der Linienbreite auf dem Oszilloskop nicht allzu genau sein wird.

Der Plot ist diesmal etwas schwieriger zu analysieren. Wir haben schon in der Vorbereitung den Verlauf der Kurve, also die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Phasenverschiebung zwischen Rechtecksignal und dem gleichrichtenden Schalter, dargelegt. Es ergaben sich verschiedene charakteristische Stellen an der Kurve. In der folgenden Tabelle haben wir die numerischen Werte dieser Stellen für unser  $U_e$  und das Tastverhältnis 1:2,92 theoretisch berechnet, die gemessenen Werte aus dem Plot 5.3 abgelesen (Eichung der  $x$ -Achse über die Lage von  $\frac{\pi}{2}$  (vgl. (T-c)) und  $\frac{3\pi}{2}$  (vgl. (TE-i)), Eichung der  $y$ -Achse über die gemessenen Spannungen der konstanten Bereiche) und daraus das Tastverhältnis berechnet, was genau diesen Meßwert erzeugen sollte:

Stelle	Einweg	Zweiweg	theoretisch	gemessen	Tastverhältnis
Anfangsspannung (s. u)	×		-0,462	-0,332	1 : 2,31
		×	3,262	3,32	1 : 2,86
Schnittpunkt $x$ -Achse (vgl. (TZ-d))		×	0,801	0,811	1 : 2,87
Knickpunkt (vgl. (T-a))	×	×	1,603	1,647	1 : 2,82
konstante Spannung (vgl. (TE-e) und (TZ-e))	×	×	-4,274	-4,15	
		×	-4,361	-4,43	1 : 2,86
Schnittpunkt Kurven (vgl. (T-h))			3,174	3,24	1 : 2,77
Schnittpunkt $x$ -Achse (vgl. (TZ-i))		×	3,943	3,97	1 : 2,78
Knickpunkt (vgl. (T-f))	×	×	4,744	4,81	1 : 2,76
konstante Spannung (vgl. (TE-k) und (TZ-k))	×	×	0,087	0,26	1 : 2,72
		×	4,361	4,47	1 : 2,78

Für die Anfangsspannung haben wir die Gleichungen (TE-b) und (TZ-b) benutzt und den Wert für  $\varphi$  eingesetzt, bei dem unsere Messung begann. Also: Wie nah kamen wir an 0 bzw.  $2\pi$  heran? An 0 näherten wir uns bis auf  $0,202\text{rad} = 11,61^\circ$  an und an  $2\pi$  kamen wir bis auf  $0,076\text{rad} = 4,35^\circ$  heran.

Wenn wir unsere Meßwerte und die daraus resultierenden Tastverhältnisse anschauen, so erkennen wir, daß unsere Messung ziemlich gut war: Nur die Anfangsspannung der Einweggleichrichtung fällt aus der Reihe, was wir bestens verschmerzen können, wenn wir uns den Plot des Schreibers ansehen und die Ungenauigkeit der Bestimmung von  $\varphi$  beachten. Alle anderen Tastverhältnisse deuten darauf hin, daß wir in Wirklichkeit ein Tastverhältnis von ungefähr 1:2,8 vorliegen hatten. Das liegt prima im Rahmen von unseren abgelesenen 1:2,92. Prima.

## 3.6 Rauschunterdrückung

### 3.6.1 Eichung des Quadrierers

Wir haben den  $\times 1$ -Eingang des Quadrierers benutzt. Für einen Quadrierer gilt natürlich – seinem Namen gerecht werdend – allgemein:

$$U_a = a \cdot (U_e - U_0)^2 + b. \quad (3.1)$$

In den beiden am Ende dieses Abschnitts folgenden Bildern haben wir  $U_a$  gegen  $U_e$  (links) bzw.  $(U_e - U_0)^2$  (rechts) aufgetragen. In der Anleitung ist das  $U_0$  unterschlagen; wenn man sich die wunderschöne Parabel im folgenden linken Bild betrachtet, ist aber klar, daß das nicht gerechtfertigt ist, da das Minimum der Parabel nicht bei  $U_e = 0$  liegt. Wir haben mit dem Programm `xvgr` eine quadratische Regression durchgeführt (man kann natürlich auch per Hand die Formeln herleiten und unsere Meßwerte einsetzen). Wir erhielten (unter Auslassung der Einheiten):

$$U_a = 0,1440924 \cdot U_e^2 - 0,07689835 \cdot U_e + 0,072192 = 0,1440924 \cdot (U_e - 0,26683702)^2 + 0,0619323.$$

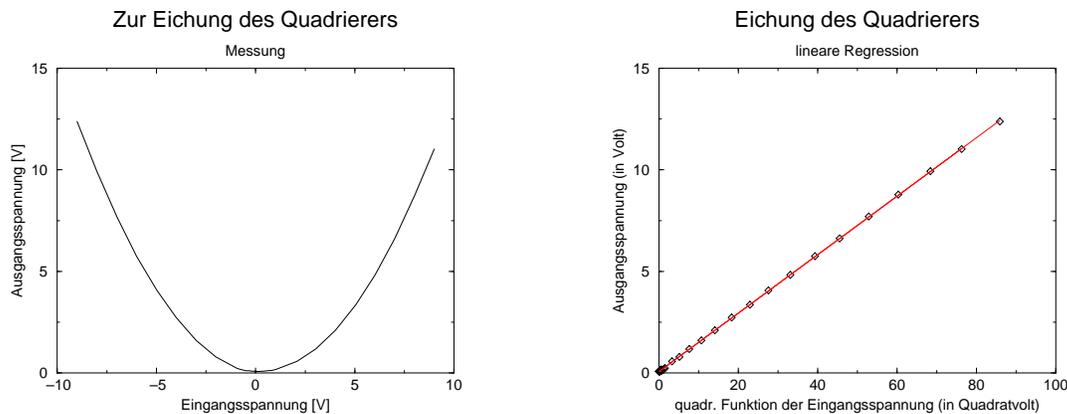
Also ist bei uns  $U_0 = 0,2668 \text{ V}$ . Mit diesem Wert ist nun im rechten Bild  $U_a$  gegen  $(U_e - U_0)^2$  aufgetragen. Es ergab sich eine ideale Gerade, mittels linearer Regression können wir nun die Konstanten  $a$  und  $b$  sehr genau bestimmen. Es ergibt sich als Bestätigung unserer quadratischen Regression:

$$U_a = (0,14409 \pm 0,000176) \frac{1}{\sqrt[4]{}} \cdot (U_e - 0,2668 \text{ V})^2 + (0,0618 \pm 0,0054) \text{ V} .$$

Für die Berechnung der Quadrate der Eingangsspannungen ergibt sich somit bei gegebenen/gemessenen Ausgangsspannungen (das wird leider etwas komplizierter durch unser  $U_0$ ; insbesondere wird die Konstante  $a = 0,14409 \frac{1}{\sqrt[4]{}}$  sich bei dem Signal-Rausch-Verhältnis nicht rauskürzen):

$$U_e^2 = \left( \sqrt{\frac{U_a - 0,0618 \text{ V}}{0,14409 \frac{1}{\sqrt[4]{}}}} + 0,2668 \text{ V} \right)^2 . \quad (3.2)$$

So, jetzt noch die versprochenen Bilder:



### 3.6.2 Signal-Rausch-Verhältnisse

Zur Messung des Signal-Rausch-Abstands stellten wir das Sinussignal so ein, daß wir  $3,76 \text{ V}$  auf dem Multimeter messen konnten; das entspricht Spitzenwerten von ungefähr  $5,2 \text{ V}$  (auf dem Oszi gemessen). Das Rauschen hat auf dem Oszilloskop Spitzenwerte bis zu  $7 \text{ V}$  erreicht. Die Phasenverschiebung haben wir auf ungefähr  $0$  eingestellt, so daß wir das Sinussignal maximal durch die Apparatur schicken konnten. Explizit haben wir folgendes gemessen:

#### Vor dem Gleichrichter

Hier konnten wir beim Sinussignal am Quadrierer die Ausgangsspannung  $U_{a,\text{Sinus}} = 2,08 \text{ V}$  und beim Rauschsignal die Ausgangsspannung  $U_{a,\text{Rausch}} = 1,71 \text{ V}$  messen. Mit Formel (3.2) können wir auf die Quadrate der Eingangsspannungen  $U_{e,\text{Sinus/Rausch}}^2$  umrechnen. Es sei hier nochmal betont, daß bei uns keine Konstanten wegfallen, da wir noch die Korrektur  $U_0$  anbringen. Ohne  $U_0$  wäre zwar die Rechnung einfacher, aber auch falsch (vgl. Anhang). Die so erhaltenen Quadrate der Eingangsspannungen können wir nun in die Definition des Signal-Rausch-Verhältnisses (1.4) einsetzen und erhalten:  $U_{e,\text{Sinus}}^2 = 16,075 \text{ V}^2$ ,  $U_{e,\text{Rausch}}^2 = 13,315 \text{ V}^2$  und somit:

$$R_{\text{vorher}} = 0,818 \text{ dB} .$$

Na, das ist noch so richtig schön verrauscht.

#### Nach dem Gleichrichter

So, jetzt kommen die Signal-Rausch-Verhältnisse für 3 verschiedene Kondensatoren am Mittelwertbilder, entsprechend verschiedenen Zeitkonstanten (der Widerstand ist konstant  $R = 1 \text{ M}\Omega$ ), jeweils bei den beiden Gleichrichtungsarten:

	$C$ [nF]	$\tau$ [sec]	$U_{a,\text{Sinus}}$ [V]	$U_{a,\text{Rausch}}$ [V]	$U_{e,\text{Sinus}}^2$ [V <sup>2</sup> ]	$U_{e,\text{Rausch}}^2$ [V <sup>2</sup> ]	$R$ [dB]
Einweg:	1000	1	0,88	0,08	7,021	0,387	12,587
	100	0,1	0,90	0,08	7,175	0,387	12,681
	10	0,01	0,90	0,10	7,175	0,611	10,698
Zweiweg:	1000	1	3,19	0,08	24,267	0,387	17,973
	100	0,1	3,20	0,09	24,341	0,503	16,848
	10	0,01	3,21	0,125	24,414	0,863	14,516

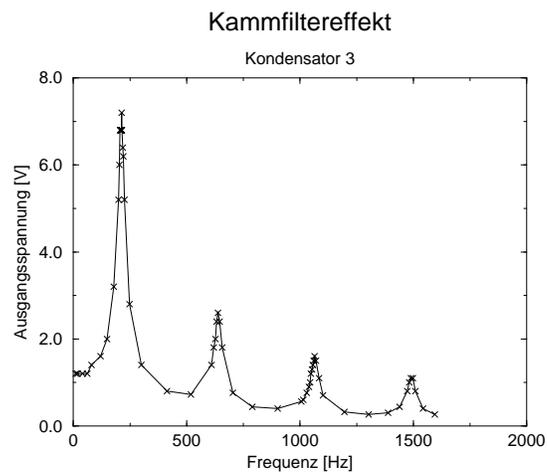
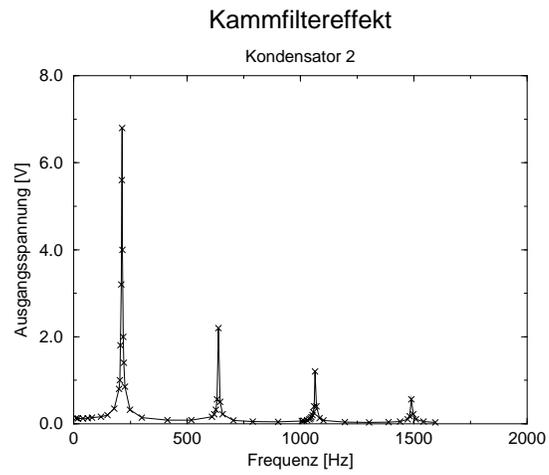
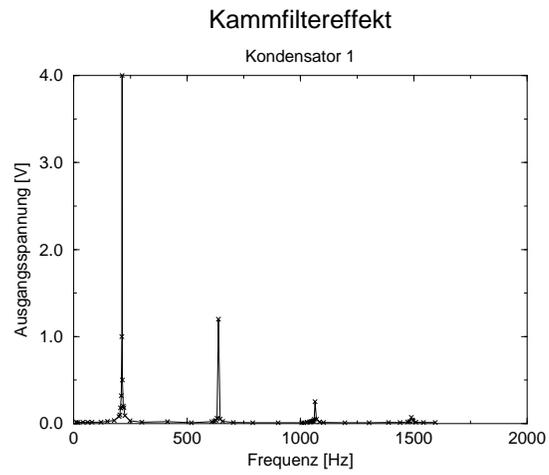
Das sind jetzt richtig saubere Signale. Selbst in dieser logarithmischen Größe  $R$  sind wir jetzt ungefähr um den Faktor 12 bis Faktor 23 besser! Berausend, das fehlende Rauschen :-). Die Rauschunterdrückung funktioniert also richtig gut. Zu den Einzelheiten: Die Einweggleichrichtung ist ungefähr um den Faktor 1,4 verrauschter als die Zweiweggleichrichtung. Hier macht sich bemerkbar, daß man bei Einweggleichrichtung Gleichspannungsanteile nur etwas dämpft, aber nicht herausfiltert. Das niederfrequente Rauschen bleibt bei Einweggleichrichtung also noch als kleiner Störfaktor zurück, während es bei Zweiweggleichrichtung auch gefiltert wird. Zum anderen wird die Rauschunterdrückung für steigende Zeitkonstanten immer besser. Auch dies ist klar, denn mit hohen Zeitkonstanten sinkt die Frequenzkonstante des Tiefpasses; nur für Frequenzen, die groß sind gegenüber dieser Frequenzkonstanten, ist aber die Mittelwertbildung eines Tiefpasses wirklich gut, so daß das Sinken der Frequenzkonstante bei gleichbleibenden Signal- und Rauschfrequenzen förderlich ist. Schön, daß auch dieser Effekt bei uns im wesentlichen so gut sichtbar ist.

### 3.7 Der Kammfiltereffekt

Die Messungen des Kammfiltereffekts waren sehr langwierig und nervend. Eine Automatisierung, mit der man die Frequenzen durchläuft und die Ausgangsspannungen z. B. auf einem Schreiber aufzeichnet, wäre extrem wünschenswert; denn sicherlich sollen wir im Praktikum nicht lernen, stupide an Rädchen zu drehen und Zahlen aufzuschreiben, sondern den physikalischen Effekt zu verstehen und ihn mit experimentellem Geschick zu Leben zu erwecken. Daher plotten wir die langweilige Tabelle für die drei Kondensatoren aus dem Abschnitt 2.3, Seite 14, nun erst einmal in drei Bildern auf Seite 26. Jetzt sieht doch alles schon freundlicher aus. Wenigstens die Bilder entschädigen für den Aufwand.

Als nächstes vergleichen wir mit den theoretischen Erwartungen. Aus der Vorbereitung wissen wir, daß man die Resonanzfrequenzen über Formel (1.5), die Peakhöhen über Gleichung (1.6) und die Peak-Halbwertsbreiten mittels (1.7) berechnet. Wir tabellieren nun die diesbezüglichen theoretischen Werte und die Meßergebnisse für die verschiedenen Kondensatoren und kommentieren diese dann:

	Resonanzfrequenz $\nu$ [Hz]		Peakhöhe $U_a(\nu)$ [V]		Peakbreite $\Delta\nu$ [Hz]	
	theor.	exp.	theor.	exp.	theor.	exp.
Kondensator 1, $C = 1 \mu\text{F}$	211,8	212,8	6,79	4,0	0,55	1,5
	635,4	638,4	2,26	1,2	0,55	7
	1059	1064,1	1,36	0,25	0,55	6
	1482,6	1488,9	0,97	0,07	0,55	14
Kondensator 2, $C = 0,1 \mu\text{F}$	211,8	212,8	6,79	6,8	5,51	7
	635,4	638,4	2,26	2,2	5,51	9
	1059	1064,1	1,36	1,2	5,51	7
	1482,6	1488,9	0,97	0,56	5,51	13
Kondensator 3, $C = 10 \text{nF}$	211,8	212,8	6,79	7,2	55,1	58
	635,4	638,4	2,26	2,6	55,1	82
	1059	1064,1	1,36	1,6	55,1	64
	1482,6	1493,4	0,97	1,1	55,1	81



Die theoretischen Werte der letzten Tabelle berechneten wir aus den Werten für  $U_e$ ,  $\omega_0$  und  $R$  von Seite 14. Zu den Fehlern der experimentellen Werte: Das reine Ablesen der Frequenzen der lokal höchsten Spannungen in unseren Diagrammen ist auf ein halbes Hertz genau, das Ablesen der Peakhöhen ist auf 2% genau (kleine Peaks haben wir zum Ablesen entsprechend vergrößert) und für das Ablesen der Peakbreiten setzen wir den recht großen relativen Fehler von 50% an, da entweder die Peaks sehr dünn waren (Kondensator 1; auch in der Vergrößerung) oder durch wenige Meßwerte im Peakbereich nur verfälschende gerade Liniestücke vorhanden waren. Genauere Abschätzungen der Fehler für jeden einzelnen Wert wären nur willkürliche Vermutungen, weshalb wir hier die sicherere generellere Fehlerabschätzung durchführten. Es handelt sich nur um reine Ablesefehler aus den Diagrammen; die physikalische Interpretation folgt nun.

Hoch erfreulich ist, daß wir in den Diagrammen alle Peaks der Ausgangsspannung bei den Resonanzfrequenzen deutlich erkennen können. Die Frequenz scheint um 1 Hz höher gewesen zu sein als erwartet, aber das liegt sicherlich daran, daß der VCO z. B. wärmer geworden ist im Laufe des Versuchstages. Ganz entsprechend sank wohl die Dämpfung des Schalters während des Versuches, was man am Kondensator 3 erkennen kann (höhere Meßwerte als theoretisch), bei dem die Halbwertsbreiten so groß sind, daß wir mit unserer Auflösung die Resonanzpeaks sicher durchfahren konnten. Beim Kondensator 2 entspricht die Halbwertsbreite zufällig ungefähr unseren Frequenzabständen bei der Messung, so daß wir fast immer verhältnismäßig nah an unsere theoretischen Werte herankamen. Bei diesen beiden Kondensatoren entsprechen auch die gemessenen Halbwertsbreiten ungefähr den erwarteten Werten, wenn man von Ungenauigkeiten durch zuwenige Meßwerte absieht. Wir konnten leider nicht mehr aufnehmen, da es so gut wie unmöglich war, den Frequenzgenerator genau einzustellen, insbesondere bei höheren Frequenzen aufgrund der logarithmischen Skalierung. Beim Kondensator 1 haben wir erneut sehr genau die Resonanzfrequenzen entdecken können; die Peakhöhen allerdings konnten nicht genau ausgefahren werden und auch bei der Messung der Halbwertsbreiten waren wir chancenlos (schon deshalb, weil man dazu ja die Peakhöhe genau kennen sollte), denn dafür hätten wir im 0,2 Hz-Abstand messen müssen. Das war mit unserem Frequenzgenerator aber nun wirklich nicht möglich.

Wie generell bei Resonanzen konnten wir sehr genau die Resonanzfrequenzen detektieren. Die Messungen der Peakhöhen und Halbwertsbreiten hingegen gestalteten sich unsicher; erst bei breiten Resonanzen sind hier sichere Aussagen möglich. Dennoch sind unsere Messungen erfreulich, denn die geschilderten Probleme mit Breiten und Höhen treten *immer* bei Resonanzen auf, man vergleiche mit den Versuchen im Anfängerpraktikum, z. B. [AP-M3] und [AP-418] (den wir übrigens ebenfalls bei Herrn Cramm durchgeführt haben). Eher sind unsere Ergebnisse fast schon erstaunlich gut.

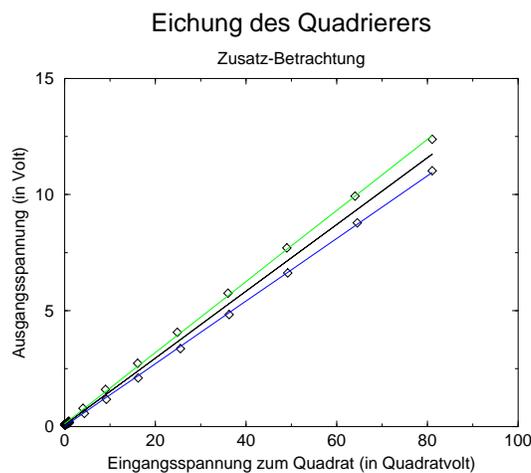
Alles in allem können wir mit Freude feststellen, daß dieser Versuch der Versuch ist, der bisher mit den wenigsten Problemen und den besten Ergebnissen abgelaufen ist, auch wenn er recht lange dauerte. Das ist wirklich toll.

# A. Zur Quadrierer-Eichung und dem Signal-Rausch-Verhältnis

In diesem Anhang wollen wir nochmal auf die im Abschnitt 3.6.1 auf Seite 23 mittels der Formel

$$U_a = a \cdot (U_e - U_0)^2 + b .$$

durchgeführten Eichung des Quadrierers eingehen. In der Anleitung ist ja – wie bereits erwähnt – die Spannung  $U_0$  gleich Null gesetzt worden, obwohl sich bei unserer Messung  $U_0 = 0,2668 \text{ V}$  ergab. Schauen wir uns also zunächst den Graphen an, bei dem  $U_a$  gegen  $U_e^2$  aufgetragen ist (statt gegen  $(U_e - U_0)^2$ , wie auf Seite 24):



Man erkennt direkt, daß die quadrierten negativen und die quadrierten positiven Eingangsspannungen auf *zwei* Geraden liegen, wobei das letzte Diagramm zeigt, daß beide Geraden eigentlich nicht ganz ideal sind, sie sind nämlich leicht gekrümmt. Dennoch haben wir – getrennt für die quadrierten negativen und die quadrierten positiven Eingangsspannungen – lineare Regressionen durchgeführt. Bevor wir die zugehörigen Ergebnisse angeben und weiter analysieren, wollen wir hier erwähnen, daß wir es für unverantwortlich halten würden, wenn man mit diesen Diagrammen und Ergebnissen weiterrechnen würde; da man offensichtlich erkennt, daß etwas nicht richtig ist und die Korrektur relativ einfach ist (nämlich das  $U_0$  nicht einfach weglassen ...). Nun aber zunächst die Ergebnisse der linearen Regressionen:

$$U_a = (0,1533 \pm 0,00082) \frac{1}{\sqrt{V}} \cdot U_e^2 + (0,1246 \pm 0,0247) \text{ V} , \quad U_e \text{ negativ} ,$$
$$U_a = (0,1350 \pm 0,00065) \frac{1}{\sqrt{V}} \cdot U_e^2 + (0,0142 \pm 0,0201) \text{ V} , \quad U_e \text{ positiv} .$$

Da unsere Signale natürlich ihr Vorzeichen wechseln, ist keine der beiden Eichgeraden geeignet und wir führen deswegen eine lineare Regression über alle Werte durch (diese Eichgerade ist auch im letzten Diagramm eingezeichnet):

$$U_a = (0,14405 \pm 0,0023) \frac{1}{\sqrt{V}} \cdot U_e^2 + (0,072 \pm 0,07) \text{ V} .$$

Nachdem wir schon gesehen haben, wie schlecht diese letzte Regressionsgerade in den Werten liegt, erkennen wir nun noch, daß auch die Fehler der Steigung und des Achsenabschnittes im Vergleich zur Eichung auf Seite 24 um ungefähr den Faktor 13 gestiegen sind.

Zum Vergleich mit den in Abschnitt 3.6.2 auf Seite 24 berechneten Signal-Rausch-Verhältnissen berechnen wir nun diese mittels

$$R = \log_{10} \left( \frac{U_{a,\text{Sinus}} - 0,072 \text{ V}}{U_{a,\text{Rausch}} - 0,072 \text{ V}} \right)$$

neu; die alten Ergebnisse wiederholen wir hier. Es ergibt sich vor dem Gleichrichter:

$$R_{\text{vorher, neu}} = 0,884 \text{ dB} , \quad \text{und der alte Wert: } R_{\text{vorher, alt}} = 0,818 \text{ dB} .$$

Und nach dem Gleichrichter ergeben sich folgende Signal-Rausch-Verhältnisse:

	$C$ [nF]	$\tau$ [sec]	$U_{a,\text{Sinus}}$ [V]	$U_{a,\text{Rausch}}$ [V]	$R_{\text{alt}}$ [dB]	$R_{\text{neu}}$ [dB]
Einweg:	1000	1	0,88	0,08	12,587	20,043
	100	0,1	0,90	0,08	12,681	20,15
	10	0,01	0,90	0,10	10,698	14,71
Zweiweg:	1000	1	3,19	0,08	17,973	25,908
	100	0,1	3,20	0,09	16,848	22,4
	10	0,01	3,21	0,125	14,516	17,724

Über die gravierenden Abweichungen unserer neu und falsch berechneten Werte zu unseren alten, korrekten Werten brauchen wir wohl nichts weiter zu sagen. Es zeigt sich in noch viel deutlicherem Maße als wir erwartet hatten (zugegebenermaßen), daß das Weglassen von  $U_0$  extreme Auswirkungen hat. Unsere Einschätzung von Seite 24 („Ohne  $U_0$  wäre zwar die Rechnung einfacher, aber auch falsch.“) hat sich also in vollem Maße bestätigt. Eine weitere Interpretation der neuen Werte ersparen wir uns daher nun auch.

# Literaturverzeichnis

Im folgenden wollen wir auf die Versuchsprotokolle der anderen Experimente im Fortgeschrittenenpraktikum, die von uns durchgeführt wurden und das vorliegende Protokoll hinsichtlich der theoretischen Grundlagen ergänzen, die Anleitung und die andere Literatur verweisen<sup>1</sup>.

- [Anl] II. Physikalisches Institut: *Versuch 1: Phasenempfindliche Gleichrichtung*, Anleitung zum Versuch 1 im Fortgeschrittenen-Praktikum. Köln.
- [AP-M3] O. Flimm, O. Klar bzw. U. Münch, C. Wolf: *Gedämpfter harmonischer Oszillator, Resonanz*, Versuch M 4 im Anfängerpraktikum am I. Physikalischen Institut. Versuchsprotokoll. Köln, 1991
- [AP-418] O. Flimm, O. Klar bzw. U. Münch, C. Wolf: *Resonanzkurven von Schwingungskreisen*, Versuch E 418 im Anfängerpraktikum am II. Physikalischen Institut. Versuchsprotokoll. Köln, 1992
- [AP-427] O. Flimm, O. Klar bzw. U. Münch, C. Wolf: *Operationsverstärker*, Versuch E 427 im Anfängerpraktikum am II. Physikalischen Institut. Versuchsprotokoll. Köln, 1992
- [FP-2] O. Flimm, U. Münch: *Zählrohr und Statistik*, Versuch 2 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-8a] O. Flimm, U. Münch: *Analoge Elektronik*, Versuch 8a im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-8c] O. Flimm, U. Münch: *Digitale Elektronik*, Versuch 8c im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-17] O. Flimm, U. Münch: *Ge(Li)- $\gamma$ -Spektroskopie*, Versuch 17 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [Fest-23] O. Flimm, U. Münch: *Magnetisierungskurven eines Ferrits*, Versuch 23 im Fortgeschrittenenpraktikum am II. Physikalischen Institut. Versuchsprotokoll. Köln, in Vorbereitung 1994
- [Sem-10] Ursula Radermacher: *Fourier-Reihen stetiger Funktionen*. Unveröffentlichter Seminarvortrag. Köln, 1992
- [Za] A. C. Zaanen: *Continuity, Integration and Fourier Theory*. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 1989
- [Ana] H. Reckziegel: *Definitionen, Formeln, Sätze zu den Vorlesungen Analysis I-III*. Vorlesungsskript. Köln, 1990-1992

---

<sup>1</sup>Wir möchten darauf hinweisen, daß wir hier auch Quellen angeben, die nicht allgemein verfügbar sind, bzw. gar nicht veröffentlicht wurden. Dies geschieht *ausschließlich*, damit *wir*, die Praktikanten, später noch wissen, wo sich in unseren Materialien noch ergänzende Hinweise befinden. Wir bitten den Betreuer des Versuches über solche Literaturzitate hinwegzusehen; wir sind natürlich bereit, auch solche Stellen z.B. als Kopie zur Verfügung zu stellen, wenn dies gewünscht wird.

# Index

- Bandbreite, 1
- Bandpaß, 1
- Dämpfung durch den Schalter, 16
- Einweggleichrichtung, 3
- Frequenzselektion, 1
- Gleichrichtung, 21
  - einer Gleichspannung, 5
  - Rechtecksignal, 6, 22
  - Sinussignal, 5, 21
- Halbwertsbreite, 12
- Kammfiltereffekt, 11, 25
- Kennlinie des VCO's, 18
- Meßdaten, 13–15
- Mittelwertbilder, 3, 19
- Phase Locked Loop, 12, 20
- Phasenbeziehung, 2
- PLL, 12, 20
- Quadrierer, 23, 28
- Rampengenerator, 17
- Rauschen und Signale, 9
- Rauschunterdrückung, 24
- Rechtecksignal, Gleichrichtung des, 6, 22
- Resonanz, 11
- Resonanzfrequenzen, 25
- Schalter, 2, 16
- Schmitt-Trigger, 5
- Signal-Rausch-Verhältnis, 10, 24, 29
- Sinussignal, Gleichrichtung des, 5, 21
- Spannungsabfall, 17
- Spannungsanstieg, 17
- Spannungsfolger, 4
- Superheterodyn-Prinzip, 1
- Tastverhältnis, 5, 20
- Tiefpaß, 4
- Übertragungsfunktion, 4
- VCO, 12, 18
- Voltage Controlled Oscillator, 12, 18
- Zweiweggleichrichtung, 3
- Zwischenfrequenzen, 1, 11