Betreuer: Sascha Vohl

$\frac{ Fortgeschrittenen-Praktikum \ am}{Institut \ f\"ur \ Kernphysik}$

α -Reichweite¹

Oliver Flimm Oberstraße 74 51149 Köln Uwe Münch Schmittgasse 92 51143 Köln

Wintersemester $93/94^2$

e-mail: flimm@ph-cip.uni-koeln.de muench@ph-cip.uni-koeln.de

¹Versuch 9

²Durchführung des Versuchs: 22.11.93

Vorwort

Wir wollen hier zunächst ein paar Worte zum Aufbau unseres Versuchsprotokolls verlieren. Denn auf den nächsten Seiten ziert ein "⑤ by Oliver Flimm und Uwe Münch" die letzte Zeile. Warum dies? Sind diese beiden Praktikanten so eingebildet oder übergeschnappt? Nein, das sind wir nicht, und wir wollen jetzt also begründen, warum wir diese Zeile am Ende jeder Seite für nötig halten.

Viele Praktikanten bereiten ihre Versuche im CIPLAB vor und werten sie auch dort aus. Nur einige davon schützen ihre Arbeit vor Zugriff durch andere. Das bedeutet, daß man sich vielfach die .dvi-Dateien anschauen kann, aber auch daß man direkt auf .tex-Sourcen zugreifen könnte. Dieser Zustand ist ja allgemein bekannt. Wie ist nun unsere Einstellung dazu?

Wir denken, daß es nicht Sinn der Sache (d.h. des FP's) sein kann, sich einfach die Sourcen zu kopieren. Zumeist sind diese Vorlagen auch lückenhaft oder enthalten Fehler. Kurz gesagt, aus diesen Gründen benutzten wir keine solchen Textvorlagen. (Über unser Verfahren, was Bilder angeht, werden wir uns gleich äußern.) Wie sieht das nun mit .dvi-Files aus? Wir denken, daß ein Aspekt des Fortgeschrittenenpraktikums ist, daß wir lernen, wie man durchgeführte Versuche protokolliert, beschreibt und (später mal) veröffentlicht. Zu diesem Lernprozeß gehört es sicherlich auch, anhand von Beispielen zu sehen, wie so etwas geschieht. (Allerdings bezweifeln wir, daß dazu die Vorlagen immer so geeignet sind.) Zumindest halten wir es für keinen Frevel, wenn man sich anhand anderer Ausarbeitungen eine Idee holt, wie Versuchsprotokolle anzufertigen sind. Daher beabsichtigen auch wir, unsere .dvi-Dateien im CIPLAB allgemein lesbar zur Verfügung zu stellen. Dies wird nicht mit unseren .tex-Sourcen geschehen! Diese halten wir natürlich geschützt. Wir wollen nämlich nicht, daß unsere Mühen einfach so von anderen, uns bekannten oder unbekannten Studenten weiter genutzt werden. Wie oben dargelegt, haben wir aber nichts dagegen, wenn unsere Ausarbeitung als Beispiel und Denkanstoß dient. Für Nachfragen, etc. haben wir unsere vollständigen Normal- und unsere e-mail-Adressen angegeben. Damit niemand auf die Idee kommt, sich das Leben doch zu einfach zu machen und die .dvi-Datei einfach ausdruckt und in der Hoffnung, daß sie keiner wiedererkennt, abgibt, haben wir die Copyright-Zeile eingefügt. Diese dürfte so etwas effektiv verhindern. Außerdem (wovon wir weniger überzeugt sind) dient sie vielleicht als psychologische Sperre, zu wörtlich von uns abzuschreiben.

Nachdem wir uns so ausführlich über diese Vorgehensweise ausgelassen haben, wollen wir dann auch noch ein paar Worte über Bildvorlagen verlieren. Bei manchen Versuchen benutzten wir aus Büchern eingescannte Graphiken. Wir haben dann jeweils die Herkunft vollständig (also am Bild und im Literaturverzeichnis) dokumentiert. Alle sonstigen Bilder sind von uns mittels xfig, gnuplot oder ähnlichen Programmen selbst erstellt worden.

Ein paar abschließende Worte zur benutzten TEX-Umgebung: Wir erstellten unsere Ausarbeitungen bereits mit der Testversion des neuen Formats \LaTeX 2 ε . Die benutzten Classes und Packages sind allerdings noch von Hand von uns angepaßt worden. Aber nun in medias res....

Inhaltsverzeichnis

1.	Мес	anismus des $lpha$ -Zerfalls und Reichweite der $lpha$ -Strahlung	1
	1.1	Ursachen und Verlauf des $lpha$ -Zerfalls \ldots	1
		1.1.1 Zerfallsreihen	1
		1.1.2 Semiempirische Massenformel	2
		1.1.3 Energetische Bedingung	2
		1.1.4 Verlauf des Zerfalls und Lebensdauer	3
	1.2	Bethe-Bloch-Gleichung und Reichweite	6
		1.2.1 Stöße und Energieverluste	8
		1.2.2 Reichweite	11
		1.2.3 Die Bragg-Kurve	11
		1.2.4 Straggling	12
	1.3	Praxis	14
		1.3.1 Das Massenbremsvermögen und das relative Bremsvermögen	14
		1.3.2 Der Versuchsaufbau	15
2.	Die	Леßdaten	18
	2.1	Reichweite in Luft ohne Folien	18
	2.2	Messung mit Luft und Folien	20
3.	Ausv	ertung	22
	3.1	Detektor und Energie	22
		3.1.1 Eichung	22
		3.1.2 Energieauflösung	23
	3.2	Reichweite ohne Folie	23
		3.2.1 Reichweite in Aluminium nach Bragg-Kleemann	27
	3.3	Relatives Bremsvermögen der Folien	28
		3.3.1 Dicke der Aluminiumfolie	30
	3.4	Energie-Straggling	30
Lit	eratu	verzeichnis	33
lna	lex		34

Abbildungsverzeichnis

1.1	Auseinanderbrechen eines Tropfens	3
1.2	Das Kernpotential	4
1.3	Stoß eines $lpha$ -Teilchens mit einem Elektron	8
1.4	Bremsvermögen aufgetragen gegen Energie	10
1.5	Bragg-Kurve	10
1.6	Teilchenintensität gegen Absorberdicke	12
1.7	Normalverteiltes Energiestraggling	13
1.8	Unser Versuchsaufbau	16
1.9	Reichweiten in Luft und Luft+Folie	16
3.1	Eichspektrum mit ²⁴¹ Am	22
3.2	Bilder zur Reichweitenbestimmung, Teil 1	24
3.3	Bilder zur Reichweitenbestimmung, Teil 2	25
3.4	Die R_{rel} - $\frac{1}{p}$ -Diagramme beider Methoden	26
3.5	Bilder zur Reichweitenbestimmung mit Folien	28
3.6	Aufnahme zum Energie-Straggling	30
3.7	Energiestragglingparameter α_0^E in Abhängigkeit der Restenergie bzw. der Massenbelegung	31

1. Mechanismus des α -Zerfalls und Reichweite der α -Strahlung

In diesem Versuch befassen wir uns ausführlich mit dem α -Zerfall und dem entstehenden α -Teilchen, einem Heliumkern, insbesondere dessen Reichweite. Mit den anderen möglichen Zerfällen beschäftigten wir uns bereits in anderen Versuchen: Mit dem γ -Zerfall, den Reaktionen der γ -Strahlung mit Materie und dem Absorptionsverhalten dieser Strahlung befaßten wir uns in Versuch 5 [FP-5]. In weiteren Versuchen, Versuch 7 [FP-7] und Versuch 17 [FP-17], beschäftigten wir uns mit Detektoren, Verstärkern und Koinzidenzschaltungen. Mit dem β -Zerfall beschäftigten wir uns in Versuch 11 [FP-11]. Diese Zerfallsarten haben wir in den Vorbereitungen dieser Versuche bereits ausführlich beschrieben, sodaß wir uns hier alleine auf den α -Zerfall konzentrieren werden.

Wir werden uns zunächst kurz damit beschäftigen, unter welchen Umständen der α -Zerfall auftritt. Dann werden wir uns mit der Reichweite der α -Strahlung beschäftigen, insbesondere den statistischen Schwankungen, die sich im sogenannten Straggling bemerkbar machen. Abschließend führen wir im Zusammenhang mit der Reichweite noch das Massenbremsvermögen ein.

1.1 Ursachen und Verlauf des α -Zerfalls

Beim α -Zerfall zerfällt ein Kern K_1 mit Kernladungszahl Z, Neutronenzahl N und Massenzahl A (A = N + Z), der sogenannte Mutterkern, in einen Heliumkern, der aus 2 Protonen und 2 Neutronen besteht, und einen Restkern, den man Tochterkern nennt. Es gilt also folgende Reaktionsgleichung:

$${}^A_ZK_1 \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}K_2^{2-} + {}^4_2\mathrm{He}^{2+}$$
 .

Den Heliumkern nennt man nun α -Teilchen: $\alpha := \frac{4}{2} \text{He}^{2+}$. Es handelt sich also um ein zweifach positiv geladenes Teilchen. Im Vergleich zu β -Teilchen, das sind Elektronen oder Positronen, und γ -Quanten, diese entsprechen masseloser elektromagnetischer Strahlung, sind α -Teilchen also sehr schwer.

1.1.1 Zerfallsreihen

Da sich die Massenzahl A beim α -Zerfall jeweils um 4 ändert, kann man die Kerne, die über den α -Zerfall zerfallen, in 4 Zerfallsreihen einordnen, je nachdem, ob A mod 4 gleich 0, 1, 2 oder 3 ist. Es ergibt sich folgende Klassifizierung und Namensgebung:

Name der Zerfallsreihe	A	Ausgangsnuklid	stabiles Endnuklid
Thorium-Reihe	4n	Thorium 232	Blei 208
Neptunium-Reihe	4n + 1	Plutonium 241	Wismut 209
Uran-Radium-Reihe	4n + 2	Uran 238	Blei 206
Uran-Actinium-Reihe	4n + 3	Uran 235	Blei 207

Die real auftretenden Zerfälle entlang der Zerfallsreihen in die stabilen Endnuklide kann man anhand einer Nuklidkarte genau verfolgen.

1.1.2 Semiempirische Massenformel

Die Masse eines Kerns ist nicht einfach gleich der Summe der Protonen- und Neutronenmassen. Denn nach Einstein sind Energien und Massen äquivalent. Bei Kernen bedeutet das, daß auch die Bindungsenergien, die aufgrund der anziehenden Kernkräfte bei der Entstehung eines Atoms frei werden, sich als meßbarer Massendefekt manifestieren. Die Änderungen gerade dieser Bindungsenergien, also der zugehörigen Massendefekte, sind die treibenden Faktoren von Kernzerfällen durch α - oder β -Strahlung. Die Masse eines Kerns (angegeben als Energieäquivalent in eV) beträgt also gerade

$$M(Z,A) = Z \cdot M_{\text{Proton}} + N \cdot M_{\text{Neutron}} - B ,$$

wobei B für die Bindungsenergie steht, die wir positiv zählen, wenn sie von anziehenden Kräften herrührt. Wenn wir nun eine Formel für B kennen, können wir alle Kernmassen berechnen. Die semiempirische Massenformel ist nun gerade eine solche Formel für B.

Man geht nun von folgender Modellvorstellung eines Kernes (dem Tröpfchenmodell) aus: Wir stellen uns den Kern als Flüssigkeitströpfchen vor, dessen Moleküle die Nukleonen sind. Das Tröpfchen unterliegt nun verschiedenen, sich überlagernden Einflüssen, die alle ihren Teil zur Bindungsenergie beitragen. Diese einzelnen Beiträge, die aus physikalischen Annahmen und Modellvorstellungen kommen, sind der theoretische Teil der Massenformel. Ihr Anteil an der Gesamtbindungsenergie wird über Proportionalitätskonstanten bestimmt, die experimentell ermittelt werden. Das ist der empirische Teil der Massenformel.

Die semiempirische Massenformel hat folgendes Aussehen:

$$M(Z,A) = Z \cdot M_{\rm H} + (A-Z) \cdot M_{\rm Neutron} - a_{\rm Vol} \cdot A + a_{\rm Oberfl} \cdot A^{\frac{2}{3}} + a_{\rm Coulomb} \cdot \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$$

$$+ a_{\rm Asymm} \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A} + \begin{cases} +a_{\rm Paar}A^{-\frac{3}{4}} & \text{für } uu\text{-Kerne} \\ 0 & \text{für } ug\text{- und } gu\text{-Kerne} \\ -a_{\rm Paar}A^{-\frac{3}{4}} & \text{für } gg\text{-Kerne} \end{cases}$$

$$(1.1)$$

Die einzelnen Terme der semiempirischen Massenformel diskutierten wir ausführlich in [FP-11]. Dort findet man auch eine Tabelle mit den Werten für die Proportionalitätskonstanten.

1.1.3 Energetische Bedingung

Die semiempirische Massenformel erlaubt es uns jetzt — wie angekündigt — vorauszusagen, in welchen Fällen α -Zerfall energetisch möglich ist.

Die Energiedifferenz zwischen dem Mutterkern und den beiden Zerfallsprodukten (der α -Zerfall ist also ein Zweiteilchenzerfall) beträgt

$$\Delta E = M(Z, A) - M(Z - 2, A - 4) - M(2, 4).$$

Da die Anzahl der Protonen und Neutronen unverändert ist, vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\Delta E = B(\text{He}^{2+}) + B(Z-2, A-4) - B(Z, A)$$

Wir setzen nun den empirischen Wert für den Heliumkern, $B(\mathrm{He}^{2+})=28,3\,\mathrm{MeV}$, ein, vernachlässigen die a_{Paar} -Terme in der Massenformel und entwickeln B(Z-2,A-4) in eine Taylorformel um B(Z,A) mittels:

$$\begin{array}{lcl} B(Z-2,A-4) & = & B(Z,A)-2\cdot\frac{\partial\,B}{\partial\,Z}(Z,A)-4\cdot\frac{\partial\,B}{\partial\,A}(Z,A)\;, & \text{wobei} \\ & \frac{\partial\,B}{\partial\,Z}(Z,A) & = & -2\cdot a_{\rm Coulomb}\cdot\frac{Z}{A^{\frac{1}{3}}}+4\cdot a_{\rm Asymm}\cdot\frac{(A-2Z)}{A} \quad \text{und} \\ & \frac{\partial\,B}{\partial\,A}(Z,A) & = & a_{\rm Vol}-\frac{2}{3}\cdot a_{\rm Oberfl}\cdot\frac{1}{A^{\frac{1}{3}}}+\frac{1}{3}\cdot a_{\rm Coulomb}Z^2\cdot\frac{1}{A^{\frac{4}{3}}}-a_{\rm Asymm}\cdot\frac{A^2-4Z^2}{A^2}\;. \end{array}$$

Manche Literatur (z. B. [Mar] und [MS]) behauptet zwar, sie würde beide verbleibenden Terme um Z-1 und A-2 taylorentwickeln, tun es dann aber doch nicht. Denn sonst müßte man diese Z-1 und A-2 ja auch in die Ableitungen einsetzen, es wird aber Z und A eingesetzt, wie bei uns. Wie wir sehen werden, ist die Taylornäherung aber in jeder Form gerechtfertigt.

Wir erhalten nun endlich folgende genäherte Energiedifferenz:

$$\Delta E = 28,3\,\mathrm{MeV} - 4\cdot a_{\mathrm{Vol}} + \tfrac{8}{3}\cdot \tfrac{a_{\mathrm{Oberfl}}}{\frac{1}{A}\frac{1}{3}} + \tfrac{4a_{\mathrm{Coulomb}}Z}{A^{\frac{1}{3}}}\cdot \left(1-\tfrac{Z}{3A}\right) - 4\cdot a_{\mathrm{Asymm}}\cdot \left(1-\tfrac{2Z}{A}\right)^2 \ . \tag{1.2}$$

Numerisches Einsetzen von $Z=\frac{A}{2},~a_{\rm Vol}=15,5\,{\rm MeV},~a_{\rm Oberfl}=16,8\,{\rm MeV}$ und $a_{\rm Coulomb}=0,72\,{\rm MeV}$ ergibt positive ΔE für alle $A\geq 133$; nach dieser Betrachtung sollten also die schwereren Kerne instabil sein und α -Teilchen emittieren können. Da erst für solch große A Instabilitäten zu erwarten sind, ist die obige Taylornäherung im nachhinein gerechtfertigt.

1.1.4 Verlauf des Zerfalls und Lebensdauer

Wir wissen nun, wann ein Übergang vom Mutterkern zu Tochterkern und α -Teilchen energetisch möglich ist. Dennoch zerfallen nicht alle schweren Kerne über den α -Zerfall und die meisten α -Zerfälle besitzen lange Lebensdauern, bis hin zu mehreren 10^9 Jahren. Wir wollen daher nun genauer untersuchen, wie wir uns den Ablauf eines α -Zerfalls vorzustellen haben, was die langen Lebensdauern bewirkt.

Potentialbarrieren

Bisher haben wir die Energien (bzw. Massen) der Elemente im Grundzustand angeschaut. Wesentlich für die einzelnen Terme der Massenformel war, daß die Tröpfchen Kugelform besitzen (vgl. erneut mit [FP-11]). Unsere Energiebetrachtungen gelten also nur für die Anfangs- und die Endzustände der Kerne. Die Vorgänge und Energien beim Zerfall selbst finden also keine Beachtung. Dennoch können wir uns den Zerfall anschaulich in dem Tröpfchenmodell vorstellen; er verläuft wie ein Abschnüren eines kleineren Anteils des Tröpfchens:

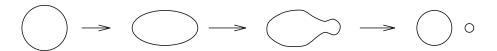


Abbildung 1.1: Auseinanderbrechen eines Tropfens

Es ist direkt anschaulich klar, daß zwischenzeitlich Energie aufgebracht werden muß, um solch ein Aufspalten des Tröpfchens zu bewirken. Ganz analog — wenn auch nicht der Tröpfchenanschauung folgend — verhält sich das Kernpotential: es existiert eine Potentialbarriere. Diese wollen wir nun beim Kern modellieren. Wir werden das Kernpotential aber nur qualitativ betrachten, da wir nichts Konkretes ausrechnen wollen; wir wollen ja nur die Prinzipien des α -Zerfalls verstehen. Das Kernpotential, das wir modellieren wollen, beschreibt die Abhängigkeit der Energie, die ein α -Teilchen hat, vom Radius, also dem Abstand zum Kern¹.

Das Innere des Kerns, d. h. Radius r kleiner als Kernradius R, legen wir auf ein konstantes Potential, d. h. uns ist es egal, an welcher Stelle im Kern sich das α -Teilchen aufhält. Wir legen es ungefähr auf das Negative von $\frac{B}{A}$ (also ungefähr $-8\,\mathrm{MeV}$), d. h. auf die Bindungsenergie durch Massenzahl (im Unendlichen soll unser Potential natürlich Null sein). Dann beschreibt das Potential gerade das, was

 $^{^1}$ Eine detaillierte Betrachtung müßte in der Nähe und im Inneren des Kerns das α -Teilchen mit dem Kern zum Mutterkern zusammensetzen. In dieser Situation könnte man mittels der Tröpfchen-Anschauung ein genaueres Potential ermitteln.

es soll: Die Energie, die man gewinnt, wenn man ein weiteres α -Teilchen aus dem Unendlichen in den Kern einbaut².

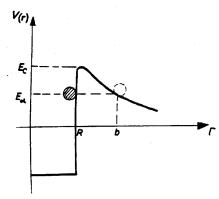


Abbildung 1.2: Das Kernpotential (eingescannt aus [Mar])

Außerhalb des Kerns, also für Radien größer R, wirkt nur eine Kraft, die Coulombkraft. Wir modellieren diesen Bereich also im wesentlichen durch das Coulombpotential $V_{\text{Coul}}(r) = \frac{2 \cdot Z \cdot e^2}{R}$ (dabei: Z: Ordnungszahl Tochterkern, e: Elementarladung), das ein α -Probeteilchen erfährt (die 2 im Potential kommt von der Ladung des α -Teilchens). Hierdurch erhalten wir das nebenstehende Potential, eine 1-dimensionale Darstellung des radialsymmetrischen Kernpotentials.

Wir müssen das obige Potential noch ein bißchen korrigieren, nämlich um das Zentrifugalpotential. Wenn man nämlich ein dreidimensionales Problem in Polarkoordinaten darstellt, so ergibt sich für die eindimensionale radiale Komponente ein zusätzlicher Term, den man als Rotationsenergie auffassen kann und daher dem Potential zurechnet. Den Namen Zentrifugalpotential erhält man dadurch, daß man die Potentiale

nach der zugehörigen Kraft benennt, z.B. Coulombpotential aufgrund der Coulombkraft. Die für die Rotationsenergie entscheidende Kraft ist die Zentrifugalkraft, wenn wir das nicht zu genau nehmen....

In der Quantenmechanik nimmt das Zentrifugalpotential die Form $V_{\mathrm{Zentr.}} = \frac{l(l+1) \cdot \hbar^2}{2Mr^2}$ an, wobei M die Masse des α -Teilchens ist. Da der Bahndrehimpuls l meist klein ist, erhöht sich das in Abbildung 1.2 dargestellte Potential nur unwesentlich und sieht daher qualitativ genauso wie ohne Zentrifugalpotential aus. Das im folgenden benutzte Potential V(r) sei also nun die Summe $V(r) := V_{\mathrm{Zentr.}}(r) + V_{\mathrm{Coul}}(r)$.

Der Tunneleffekt

Die eben beschriebenen Potentialbarrieren sind klassisch nicht überschreitbar, wenn die Energie des α -Teilchens zu klein ist. Es gäbe keine α -Zerfälle. Aber quantenmechanisch gibt es ja den Tunneleffekt. Anschaulich ist dieser in der Unschärferelation begründet. Dadurch daß die Impulsschärfe durch den Impuls selbst beschränkt ist, ist der Ort nicht exakt bestimmbar, es existiert eine Ortsunschärfe. Wenn diese Unschärfe größer als die Potentialbarrierenbreite ist, besteht eine Wahrscheinlichkeit, daß das Teilchen auch hinter der Barriere auftritt. Zur exakten Rechnung nutzt man dies aus, indem man annimmt, daß sich die Wellenfunktion eines auf eine Potentialbarriere zulaufenden Teilchens aufteilt in eine transmittierende und eine reflektierte Welle. Der Transmissionskoeffizient T ist dann definiert als das Verhältnis der durchgelassenen, transmittierten Intensität der Wellenfunktion zu der Intensität der einlaufenden Welle. Bei einer Rechteckbarriere der Breite b und der Höhe V erhält man mittels der üblichen quantenmechanischen Rechnungen (vgl. z. B. [TP3]) für den Transmissionskoeffizienten eines Teilchens der Masse M und der kinetischen Energie E

$$T \approx \frac{16 \cdot E \cdot (V - E)}{V^2} \cdot \exp \left(-2 \cdot \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} (V - E)} \cdot b \right)$$

für
$$\sqrt{\frac{2M}{\hbar^2}(V-E)} \cdot b \gg 1$$
.

² Wie schon in der letzten Fußnote bemerkt, müßte man in diesem Bereich gar nicht mehr getrennt von einem α-Teilchen im Kern reden, sondern stattdessen Verformungen des Mutterkerns betrachten. Das Potential wäre dann nicht konstant: Welche Terme der Massenformel könnten bei Verformung des Kerns Einflüsse auf die Energie haben? Das Volumen des Kerns bleibt bei den Verformungen erhalten, der Volumentermbeitrag hat also keinen Einfluß. Hingegen ändert sich die Oberfläche, allerdings ist dieser Einfluß nicht allzu groß, sodaß wir ihn vernachlässigen könnten. Der Beitrag des Coulombterms an einer Energieänderung durch Verformung ist hingegen bedeutender. Im Vergleich zu den Energien außerhalb des Kerns sind aber auch diese klein, daher ebenfalls vernachlässigbar. Die folgenden Terme, der Asymmetrieund der Paarungsterm, sind wieder beitragsfrei, weil sie nicht von der Geometrie des Kernes abhängen. Also ist unsere Näherung ganz in Ordnung.

Ein beliebiges Potential kann man nun anschaulich mittels Rechteckpotentialen annähern (wie beim Integrieren). Eine exakte klassische Näherung, bei der man nur Terme bis zur ersten Ordnung in \hbar mitnimmt, haben Wentzel, Kramers und Brillouin im Jahre 1926 entwickelt. Diese Näherung nennt man WKB-Approximation, genaueres dazu findet man in [TP3]. Das Ergebnis der WKB-Approximation lautet: Unter der Voraussetzung

$$\left| \frac{dg(r)}{dr} \right| \ll 1$$
, wobei $g(r) = \frac{\hbar}{\sqrt{2M \cdot (E - V(r))}}$,

gilt für den Transmissionskoeffizienten

$$T \approx \exp \Big(-2 \cdot \int\limits_{r_0}^{r_1} \sqrt{\tfrac{2M}{\hbar^2} \cdot (V(r) - E)} \, dr \Big) \; .$$

Hierbei sind die r_0 und r_1 die Stellen, an denen das Potential V(r) den Wert E annimmt. An diesen Stellen ist die Voraussetzung der WKB-Theorie nicht erfüllt; insgesamt ist der Transmissionskoeffizient der WKB-Näherung also nur eine Abschätzung des wahren Wertes. Größenordnungsmäßig ergeben sich aber vernünftige Werte, so daß uns der obige Transmissionskoeffizient voll und ganz reicht für unsere qualitativen Betrachtungen. Zur Veranschaulichung betrachte man nochmal Abbildung 1.2, in der $r_0 = R$ und $r_1 = b$ gilt.

Weiterhin definiert man

$$G := 2 \cdot \int_{r_{-}}^{r_{1}} \sqrt{\frac{2M}{\hbar^{2}} \cdot (V(r) - E)} dr ,$$

sodaß $T = \exp(-G)$ gilt, und nennt diesen Wert Gamow-Faktor. Wenn wir nun nur die Auswirkungen des Coulomb-Potentials beachten (bei Bahndrehimpuls Null oder indem wir das Zentrifugalpotential vernachlässigen (in den meisten Fällen geht das in Ordnung)), so erhalten wir mit einer leichten Umformung und der Berechnung von b über das Coulomb-Potential:

$$G = 2 \cdot \int_{R}^{b} \sqrt{\frac{2M}{\hbar^{2}} \cdot (V(r) - E)} dr = \sqrt{\frac{16 \cdot M \cdot Z \cdot e^{2}}{\hbar^{2}}} \cdot \int_{R}^{\frac{2 \cdot Z \cdot e^{2}}{E}} \sqrt{\frac{1}{r} - \frac{E}{2 \cdot Z \cdot e^{2}}} dr.$$

Lebensdauern

Nach unserer Vorstellung bildet sich also ein α -Teilchen im Kern, das mit seiner Energie E gegen das Potential V(r) läuft. Entweder tunnelt es mit der Wahrscheinlichkeit T unter dem Potential durch oder es wird reflektiert und läuft dann an der gegenüberliegenden Seite unseres Kernes wieder gegen das Potential. Wenn wir nun die Intensität der α -Strahlen im Kern zu einem Anfangszeitpunkt t=0 mit I_0 bezeichnen, so ist die Intensität der α -Strahlen im Kern nach dem ersten Auftreffen auf das Potential

$$I_1 = (1 - T) \cdot I_0 .$$

Wir können nun diese Vorstellung iterieren und nach dem n-ten Auftreffen auf das Potential beträgt die Intensität der α -Teilchen im Kern noch

$$I_n = (1-T)^n \cdot I_0 = I_0 \cdot \exp(n \cdot \ln(1-T)) \;.$$

Da unsere Transmissionskoeffizienten klein sind, nähern wir den Logarithmus nach Taylor und erhalten

$$I_n = I_0 \cdot \exp(-nT) .$$

Nun ist die Größe n, die die Zahl der Ausbruchversuche der α -Teilchen beschreibt, keine gut greifbare Größe; wir wollen sie also durch etwas leichter Beobachtbares ersetzen. Natürlich soll die Zahl der Potentialanstöße proportional zur verstrichenen Zeit sein, also $n \propto t$. Die Proportionalitätskonstante kann man nun als $\lambda_0 := \frac{dn}{dt}$ schreiben; λ_0 beschreibt also die Zahl der Tunnelversuche pro Zeiteinheit. Diese Konstante ist u. a. von der Geometrie des Kerns abhängig und liegt ungefähr bei $10^{21} \sec^{-1}$. (Diese große Zahl ist es, die die Behauptung n sei proportional zu t, überhaupt sinnvoll macht, obwohl $n \in \mathbb{N}$, $t \in \mathbb{R}$. Die Zeit zwischen zwei Tunnelversuchen ist nämlich am Rande unserer Meßtechnik; daher befinden sich bei realen Messungen zwischen zwei Zeiten immer eine größere Zahl von Tunnelversuchen. Die Diskretheit von \mathbb{N} fällt daher nicht auf.) Wir definieren nun

$$\lambda := \lambda_0 \cdot T .$$

Damit lautet obige Gleichung für die Intensität der α -Teilchen im Kern

$$I(t) = I_0 \cdot \exp(-\lambda t) .$$

Wenn man sich nun klarmacht, daß die Intensität der α -Teilchen im Kern gleichbedeutend ist mit der Zahl der noch nicht zerfallenen Kerne, so erkennt man das übliche Zerfallsgesetz für natürliche Radioaktivität. Dabei erkennen wir das λ als die Zerfallskonstante. Da für die Halbwertszeit

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \propto \frac{1}{T}$$

gilt, erkennen wir also, daß die Lebensdauern der Kerne ansteigen, wenn die Transmissionskoeffizienten sinken. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Energien der α -Teilchen klein sind oder die Massen der Teilchen, die tunneln wollen (wenn wir annehmen, es könnten auch andere Teilchen als Heliumkerne tunneln), ansteigen.

Wir möchten nun an dieser Stelle nochmal betonen, warum gerade Heliumkerne von zerfallenden Kernen abgestrahlt werden. Schwerere Kerne werden nicht abgestrahlt, weil — wie wir eben festgestellt haben — deren Transmissionswahrscheinlichkeit kleiner als bei Heliumkernen ist. Die Lebensdauer von Kernen, die nur schwerere Kerne aussenden könnten, wäre also extrem groß, sodaß wir einen solchen Effekt kaum beobachten könnten. Leichtere Kerne wiederum werden nicht abgestrahlt — obwohl sie kürzere Lebensdauer hätten — weil dies energetisch nicht möglich wäre: vgl. Gleichung (1.2), in der die 28,3 MeV Bindungsenergie für Heliumkerne eingesetzt ist. Für leichtere Kerne wäre diese Zahl deutlich kleiner. Also ist die Abstrahlung von α -Teilchen ein Kompromiß zwischen Transmissionswahrscheinlichkeiten bzw. Lebensdauern und Energiegewinn.

Bei der Beschreibung des Tunnelns gehen wir davon aus, daß sich zuerst α -Teilchen im Kern bilden und diese dann tunneln. Für den tatsächlich auftretenden Vorgang ist solch eine Trennung natürlich nicht realistisch; man müßte sich exakt die Verformungen der Kerntröpfchen anschauen, usw. Es ist also ziemlich erfreulich, daß man sich mit der Vorstellung, daß unser obiges λ_0 die Wahrscheinlichkeit, daß sich ein α -Teilchen bildet und gegen den Potentialrand läuft, und das T die Transmissionswahrscheinlichkeit beschreibt, die tatsächlichen Verhältnisse beim α -Zerfall veranschaulichen kann.

1.2 Bethe-Bloch-Gleichung und Reichweite

Nachdem wir uns bisher damit beschäftigt haben, unter welchen Umständen und wie α -Teilchen ausgestrahlt werden, werden wir uns in diesem Abschnitt mit den Eigenschaften der ausgestrahlten α -Teilchen beschäftigen.

Wir haben schon festgestellt, daß die α -Teilchen zweifach positiv geladen sind. Wir fragen uns nun, wie sie mit Materie in Wechselwirkung treten. Dies wird qualitativ verschieden sein im Vergleich zur ungeladenen, elektromagnetischen γ -Strahlung, deren Wechselwirkung mit Materie wir in [FP-5] beschrieben haben. Wir wollen Wechselwirkungen über Kernkräfte, z.B. Spaltungen der Materiekerne,

ausklammern. Es verbleiben vier mögliche Wechselwirkungsmöglichkeiten, wobei wir jeweils die Materie als ruhend ansehen und das α -Teilchen das stoßende Teilchen ist (das Bezugssystem ist immer so wählbar):

- Elastische Zusammenstöße: Bei solchen Stößen werden keine inneren Freiheitsgrade der Stoßpartner angeregt. Das bedeutet, daß die Stoßpartner alleine und als ganzes die Energie- und Impulsübertragungen übernehmen, keine Energieanregungen der Stoßpartner treten auf. Damit eben solche Energieanregungen nicht auftreten, darf das α-Teilchen nicht wesentlich mehr kinetische Energie mitbringen als die geringste mögliche innere Energieanregung benötigt. Elastische Stöße treten an folgenden Materieteilen auf:
 - An Atomelektronen: Diese Stöße können wir für unsere Betrachtungen vollständig vernachlässigen, denn die Elektronen in Atomen besitzen Anregungsenergien in der Größenordnung von 10 eV. Die α-Teilchen, die elastisch mit Elektronen stoßen, müßten also kinetische Energien < 100 eV besitzen. Dies bedeutet aber bereits so langsame Geschwindigkeiten der α-Teilchen, daß deren Reaktionen uns nicht weiter zu interessieren brauchen.</p>
 - An Kernen: Hier liegen typische Anregungsenergien zwischen 10 keV und einigen MeV. Unsere α-Teilchen besitzen Energien, die niedriger liegen, solche Stöße treten also tatsächlich auf. Da die Kerne aber sehr klein sind, treten sie nur selten auf (im Vergleich zu dem Effekt, den wir hier untersuchen werden, s. u.). Im Versuch 18 hätten wir diese Art des Stoßes näher untersuchen können, wenn wir diesen Versuch durchgeführt hätten. Es handelt sich um das Rutherford-Experiment; das Ergebnis für den differentiellen Wirkungsquerschnitt, also die Wahrscheinlichkeit, daß ein α-Teilchen an einem Kern mit Ordnungszahl Z in einen Winkel [ϑ, ϑ + dϑ] gestreut wird, geben wir hier an (Herleitung: siehe [MS], S.83 ff.):

$$d\sigma(\vartheta) = w(\vartheta) \, d\vartheta = \left(\frac{Z \cdot e^2}{2 \cdot E_{\rm kin}}\right)^2 \cdot \frac{2\pi}{\sin^4(\vartheta/2)} \cdot \sin(\vartheta) \, d\vartheta \, .$$

In den Winkel $\vartheta=0$ wird hierdurch kein Teilchen "gestreut", es werden halt nur ein paar α -Teilchen aus dieser Richtung weggestreut. Wir werden in unserem Experiment in Richtung $\vartheta=0$ messen, uns stören die paar weggestreuten α 's nicht weiter und brauchen daher diese Art des Stoßes nicht näher zu betrachten.

- Inelastische Zusammenstöße: Hierbei werden innere Freiheitsgrade der Stoßpartner angeregt. Energie wird also von mindestens einem Stoßpartner aufgenommen und in potentielle Energie umgesetzt. Wieder könnten solche Stöße an folgenden Materieteilen auftreten:
 - An Kernen: Die Energie der α-Teilchen muß nun größer als die geringste Anregungsenergie sein, also größenordnungsmäßig ungefähr 100 keV sein. Außerdem muß das α-Teilchen den sehr kleinen Kern noch geeignet treffen, um ihn anzuregen. Die elastische Streuung an Kernen ist schon sehr gering, daher ist das Auftreten der inelastischen Streuung an Kernen noch unwahrscheinlicher, tritt praktisch gar nicht auf und wird daher von uns nicht weiter betrachtet.
 - An Atomelektronen: Dieser Fall tritt mit Abstand am häufigsten auf als Anregung und Ionisation der Atomhüllen. Da die Ionisierungsenergien bei größenordnungsmäßig höchstens 100 eV liegen, verlieren α-Teilchen nur diesen Energiebeitrag bei einem Stoß. Da typische kinetische Energien von α-Teilchen bei 1 MeV angesiedelt sind, erleiden diese ungefähr 10 000 Stöße, bevor sie vollständig abgebremst sind.

Da weiterhin die α -Teilchen eine ungefähr 8000-mal größere Masse als Elektronen haben, ändert sich bei den geringen Energie- und Impulsübertragungen bei einem Stoß die Bewegungsrichtung der α -Teilchen praktisch nicht. Sie bewegen sich also quasi geradlinig durch die Materie. Das ist der Grund, weshalb wir unseren Detektor in Ablenkungsrichtung $\vartheta=0$ aufstellen.

Für uns bleibt also nur die inelastische Streuung an den Atomelektronen, die wir nun näher quantitativ untersuchen wollen.

1.2.1 Stöße und Energieverluste

"Herleitung" der Bethe-Bloch-Gleichung

Nun, wir sollen die inelastische Streuung quantitativ untersuchen und die Bethe-Bloch-Gleichung herleiten. Wir werden uns im nächsten Abschnitt einen Kommentar dazu erlauben. Jetzt legen wir — wie verlangt — die Herleitung ([MS] folgend) dar:

Man macht folgende Annahmen: Der Impulsübertrag Δp beim Stoß sei so gering, daß das α -Teilchen keine Bahnablenkung erfährt und eine geradlinige Bahn beschreibt. Das Elektron sei vor dem Stoß ruhend. Die Begründung für diese Annahmen haben wir bereits angegeben. Weiterhin nehmen wir an, daß das Elektron frei ist. Diese Annahme ist zwar durch nichts gerechtfertigt, weil wir damit z. B. völlig aufgeben, daß der Stoß inelastisch ist, aber es macht die Rechnung einfacher....

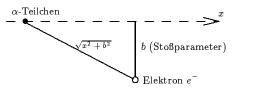


Abb. 1.3: Stoß eines α -Teilchens mit einem Elektron

Der Impulsübertrag Δp , den das Elektron (Ladung -e) beim Vorbeiflug des α -Teilchens (Ladung 2e) erfährt, berechnet sich mit Hilfe der Couloumbkraft $F_{\rm Coul} = \frac{(2e)\cdot e}{r^2}$ gemäß

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2e^2}{(x(t)^2 + b^2)} dt.$$

Dabei ist der Abstand r in Abhängigkeit des Stoßpara-

meters b ausgedrückt, indem die unabgelenkte Bahn des α -Teilchens durch den Parameter x beschrieben wird: vergleiche hierzu Abbildung 1.3. Da sich der Stoßparameter b nicht mit der Zeit ändert, weil die Heliumkernbahn unabgelenkt verläuft, mittelt sich die zur Bahn parallele Komponente der Coulombkraft heraus. Wir brauchen das Integral also nur über die senkrechte Komponente durchzuführen. Unter der Annahme, daß die Geschwindigkeit des α -Teilchens beim Vorbeiflug annähernd konstant bleibt (das glauben wir zumindest, um einfacher rechnen zu können), setzen wir $dt = \frac{dx}{v}$ und erhalten so

$$\Delta p = \frac{2e^2b}{v} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{x^2 + b^2})^3} dx = \frac{4e^2}{vb} .$$

Also gilt für die auf ein Elektron übertragene kinetische Energie:

$$\Delta E_b = \frac{(\Delta p)^2}{2m_s} = \frac{8e^4}{m_s v^2 b^2} \,. \tag{1.3}$$

Nun hat man aber einen Absorber mit Atomzahldichte N_{Abs} und Ordnungszahl Z_{Abs} vorliegen. Dann hat man auf der Strecke dx die Zahl $N_{\mathrm{Abs}} \cdot Z_{\mathrm{Abs}} \cdot 2\pi b \, db \, dx$ an Elektronen, deren Stoßparameter zwischen b und b+db liegt. Also wird auf der Strecke dx folgende Energie $-dE_{[b,b+db]}$ von α -Teilchen mit Stoßparameter in [b,b+db] auf Elektronen übertragen:

$$-dE_{[b,b+db]} = \frac{8e^4}{m_s v^2 b^2} \cdot N_{\rm Abs} \cdot Z_{\rm Abs} \cdot 2\pi b \, db \, dx \; .$$

Also erhält man für den Energieverlust der α -Teilchen pro Längeneinheit, den man auch Bremsvermögen nennt, mittels Integration der letzten Formel nach b:

$$-rac{dE}{dx} = rac{16\pi e^4}{m_e v^2} \cdot N_{
m Abs} \cdot Z_{
m Abs} \cdot \int\limits_{b}^{b_{
m max}} rac{db}{b} \; .$$

Zur Bestimmung der oberen Grenze beachte man, daß der Energieübertrag nicht beliebig klein sein kann, da für die Atomelektronen nur diskrete Zustände erlaubt sind. Man setzt deshalb die untere Grenze des Energieübertrags empirisch fest über $\Delta E_{\min} = I$, wobei I das mittlere Ionisationspotential darstellt. Aus Gleichung (1.3) folgt dann:

$$b_{\max} = \frac{2e^2}{v} \cdot \sqrt{\frac{2}{m_e I}} \,.$$

Für die untere Grenze bedenke man, daß bei einem ruhenden Target (hier dem Elektron) maximal die Energie $E_{\rm max}=2m_ev^2$ übertragen werden kann, falls die Masse des bewegten Stoßpartners erheblich größer als die Masse des ruhenden ist (zentraler, elastischer Stoß: "Ball gegen Wand": Im System, in dem der Ball zu Anfang ruht, betrachtet, besitzt der Ball nach dem Stoß die doppelte Geschwindigkeit der Wand; das ist die maximale Geschwindigkeit). Also erneut mit Gleichung (1.3):

$$b_{\min} = \frac{2e^2}{m_s v^2} .$$

Mit diesen Grenzen erhält man nun:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{16\pi e^4}{m_e v^2} \cdot N_{\text{Abs}} \cdot Z_{\text{Abs}} \cdot \ln \frac{b_{\text{max}}}{b_{\text{min}}} = \frac{16\pi e^4}{m_e v^2} \cdot N_{\text{Abs}} \cdot Z_{\text{Abs}} \cdot \ln \left(\frac{2m_e v^2}{I}\right)^{1/2} \; .$$

Man sollte nun aber nicht erwarten, daß dies die Bethe-Bloch-Gleichung ist.... Nein, in der wahren Bethe-Bloch-Gleichung, die man quantenmechanisch berechnen muß, kommt der Exponent 1/2 im Logarithmus nicht vor. Außerdem ergeben sich relativistische Korrekturterme und ein Korrekturterm mit einem Faktor c_K , der das Nichtbeitragen der K-Elektronen zur Ionisation bei kleinen Geschoßenergien unter $4\,\mathrm{MeV}$ beachtet. Der Faktor c_K ist energieabhängig und liegt zwischen 0 und 1. Also hier die Bethe-Bloch-Gleichung

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{16\pi e^4}{m_e v^2} \cdot N_{\text{Abs}} \cdot Z_{\text{Abs}} \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e v^2}{I} \right) - \ln \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right) - \left(\frac{v}{c} \right)^2 - \frac{c_K}{Z} \right]$$
(1.4)

in der wichtigen quantenmechanischen Form. So wird sie überall benutzt.

Kritische Anmerkungen

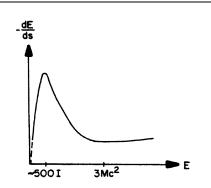
Vorab: Dieser Abschnitt sollte nicht allzu ernst genommen werden.... Aber wir mußten es halt mal loswerden.

Wir beginnen mit einem Zitat aus [RPF2] (Seite 676, Abschnitt 34-6) von Richard P. Feynman:

Wenn Sie mit einer klassischen Beweisführung an einer gewissen Stelle beginnen und nicht weit genug gehen, können Sie jede beliebige Antwort erhalten.

Schon das verbietet eigentlich eine pseudoklassische Herleitung. Insbesondere, wenn noch nicht mal das richtige Ergebnis herauskommt. Wir wissen also überhaupt nicht, was wir mit obiger Herleitung lernen sollen. Was haben wir gemacht:

- Die physikalischen Voraussetzungen geändert: Wir streuen nicht inelastisch, sondern betrachten stattdessen freie Elektronen.
 - Lerneffekt: Physikalische Bedingungen sind nicht wichtig. Beispiel Challenger-Unglück: Es ist zwar vorgeschrieben, daß bei niedrigen Temperaturen nicht gestartet wird, aber who cares? Was soll sich schon ändern? Was, Abdichtungsringe aus Gummi könnten hart werden?
- Wir korrigieren unsere Voraussetzungsabänderung: Wir nehmen feste Werte für b_{\min} und b_{\max} , um Vernünftiges herauszubekommen und nicht etwa $b_{\min}=0$ und $b_{\max}=\infty$.
 - Lerneffekt: Wenn ein Integral nicht das richtige Ergebnis liefert, ändern wir einfach die Integrationsgrenzen. Oder ändern Definitionen so, daß sie passen: Beispiel Space Shuttle: Die Kreisform der Feststoffraketen wird überprüft, indem an drei Stellen der Durchmesser gemessen wird. Dadurch wird natürlich jede Delle bemerkt.... Vereinfacht die Arbeit auf Kosten der Sicherheit....



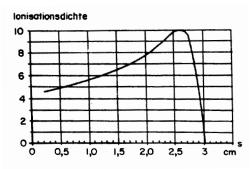


Abb. 1.4: Bremsvermögen aufgetragen gegen Energie (eingescannt aus [Mar])

Abb. 1.5: Bragg-Kurve (eingescannt aus [Mar])

- Wenn wir schon quantenmechanische Phänomene klassisch beschreiben, dann passen wir Parameter, die eigentlich quantenmechanischen Ursprungs sind, empirisch an.
 - Lerneffekt: Wir brauchen uns nicht bemühen, Dinge richtig zu verstehen, auch wenn wir es könnten. Irgendwann glaubte ich mal, daß wir, wenn wir unser Physikdiplom in der Tasche haben, die klügsten Köpfe der Physik sind. Aber nein, wir sind nur Gläubige. Irgendwer wird alles schon richtig gemacht haben, nachvollziehen dürfen wir es ja nicht. Im Gegenteil, wir werden mit Pseudo-Herleitungen belogen.
- Wir korrigieren unser Ergebnis um relativistische Korrekturen. Kein Kommentar mehr....

Wenn Mathematik dazu mißbraucht wird, eine Herleitung scheinbar sinnvoll erscheinen zu lassen, ist das nicht integer. Kein Wunder, daß Otto-Normalverbraucher nicht weiß, wozu Mathematik verwendet wird, wenn noch nicht mal Physiker diese richtig anwenden.

Wir sind also der Meinung, daß es hier besser wäre, wenn wir nur angeben würden, daß sich quantenmechanisch die Formel (1.4) ergibt. Aber es war ja verlangt, diese "semiklassische Herleitung" anzugeben, obwohl wir nicht nur qualitative Abschätzungen erhalten wollen. Nun ja, ab jetzt wird diese Ausarbeitung wieder ohne unsere Kommentare sein und somit wieder lesbar...:

Was sagt uns die Gleichung?

Wir plotten die richtige Bethe-Bloch-Gleichung (1.4) in Abbildung 1.4, indem wir dort $-\frac{dE}{dx}$ gegen $E=\frac{1}{2}\cdot M_{\alpha}v^2$ auftragen (M_{α} : Masse des α -Teilchens), und interpretieren ihren Verlauf nun: Es ergeben sich drei Bereiche der Kurve:

- Bereich $E < 500\,I$: Bei kleinen Energien, entsprechend niedrigen Geschwindigkeiten, überwiegt der logarithmische Term. Daher steigt der Plot von dem Bremsvermögen gegen die Energie stark an für Energien unterhalb von ungefähr 500 I.
- Bereich $I \ll E \ll Mc^2$ (hierbei ist M die Masse der absorbierenden Atome): In diesem mittleren Bereich nun variiert der logarithmische Term so gut wie gar nicht mehr. Die relativistischen Korrekturen fallen noch nicht ins Gewicht. Daher ist der Faktor vor den Klammern entscheidend, also gilt in diesem Bereich

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{2}{m \cdot v^2} = \frac{1}{E}$$
.

• Bereich $E \gtrsim 3Mc^2$ (M ist immer noch die Masse der absorbierenden Atome): Bei hohen Geschwindigkeiten werden natürlich die relativistischen Terme wichtig. Zusammen mit dem logarithmischen Term ergibt sich so nach einem Minimum bei $E = 3Mc^2$ ein leichter Anstieg des Bremsvermögens in Abhängigkeit der Energie.

Die Kurve in Abbildung 1.4 ist bei kleinen Energien gestrichelt, weil dort auch die elastischen Elektronstreuungen beachtet werden müßten, was wir hier nicht getan haben.

1.2.2 Reichweite

Wir wollen uns nun klar machen, welche Reichweite α -Teilchen der kinetischen Energie E_0 erreichen. Wir wollen also die Frage beantworten, in welcher Entfernung von der Strahlungsquelle, die Heliumkerne die Geschwindigkeit Null erreichen, also stehenbleiben. Da wir nun den Energieverlust $-\frac{dE}{dx}$ bei jedem Stoß, wobei die α -Teilchen dann Energien niedriger als E_0 besitzen, kennen und außerdem wissen, daß die Bahn der Heliumkerne quasi geradlinig ist, können wir die Reichweite R durch Integration bestimmen 3 :

$$R = \int_{0}^{R} dx = \int_{E(0)=E_{0}}^{E(R)=0} \frac{\frac{1}{dE}}{\frac{dE}{dx}} dE .$$
 (1.5)

Nun, in Wirklichkeit kennen wir das Bremsvermögen für kleine Energien nicht exakt — wie bereits eben erwähnt — da wir bei kleinen Energien die elastischen Elektronenstreuungen nicht beachten. Aus diesem Grunde gibt man in Tabellenwerken verschiedener Literatur die Reichweiten der α -Strahlen mit kinetischer Energie 1 MeV in verschieden Materalien an, die man empirisch ermittelt hat. Die Differenzen der Reichweite zwischen Heliumkernen von 1 MeV und der Energie E_0 können wir dann wie eben dargestellt berechnen. Zusammen erhält man dann einen sehr guten Wert für die Reichweite von Heliumkernen mit Energien $E_0 > 1$ MeV mittels

$$R = R_{\mathrm{Tabelle}} (1 \, \mathrm{MeV}) + \int\limits_{E_{-}}^{1 \, \mathrm{MeV}} \frac{1}{dE} \, dE \, .$$

Da das Auftreten der einzelnen Stöße statistisch verteilt ist, ist dieses R natürlich nur der Mittelwert der Reichweite. Die Streuung um diesen Mittelwert ist klein, da die Zahl der Stöße groß ist. Näheres dazu betrachten wir nochmals beim Straggling. Zunächst schauen wir uns aber die Bragg-Kurve an.

1.2.3 Die Bragg-Kurve

Bei der Bethe-Bloch-Gleichung haben wir die Abhängigkeit des Bremsvermögens $-\frac{dE}{dx}$ von der Energie betrachtet. Eine andere sehr interessante Abhängigkeit ist die des Bremsvermögens von der Absorberdicke bei monoenergetischen α -Strahlen. Man nennt die so entstehende Kurve Bragg-Kurve.

Wir wollen uns kurz klarmachen, warum das Bremsvermögen von der Eindringtiefe abhängt. Dazu: Beim Eindringen in die Materie verlieren die α -Teilchen an Energie. An der Stelle der Eindringtiefe x besitzen sie nur noch eine Restenergie E_{Rest} , über die Bethe-Bloch-Gleichung also ein Bremsvermögen von $-\frac{dE}{dx}(E_{\mathrm{Rest}})$. Wenn wir bereits die Abhängigkeit des Bremsvermögens von der Eindringtiefe kennen würden, so könnten wir die Restenergie in Abhängigkeit der Eindringtiefe bestimmen, indem wir das Integral der Bragg-Kurve von der Anfangsenergie abziehen. Damit könnten wir die Bragg-Kurve

³ Übrigens: Warum steht da ein Vorzeichen in der Anleitung? Das ist natürlich falsch (wie wir uns zur Sicherheit z. B. im [Mar] (oder [MS]) vergewissert haben...).

ermitteln; da dies aber natürlich ein Zirkelschluß wäre, müßten wir stattdessen theoretisch über die Reichweitenformel (1.5) eine $x(E_{Rest})$ -Abhängigkeit ermitteln, indem wir R durch x und in der oberen Integrationsgrenze E(R)=0 durch $E(x)=E_{\mathrm{Rest}}$ ersetzen. Durch Bilden der Umkehrfunktion und Einsetzen in die Bethe-Bloch-Gleichung ergäbe sich dann die Bragg-Kurve. Uns ist diese Rechnung aber zu kompliziert (und deswegen steht schon in der Anleitung, wir sollen nur qualitativ argumentieren⁴). Also: Unsere praktische Argumentation sieht nun so aus: Das α -Teilchen kommt mit einer hohen Energie in das Material geschossen. Es verliert auf Streckenstücken dx einen Teil seiner Energie und wandert somit auf der Bethe-Bloch-Kurve 1.4 nach links zu niedrigeren Energien. Die Geschwindigkeit unseres α-Teilchens nimmt ebenfalls ab. Bei den zunächst hohen Energien ändert sich das Bremsvermögen also kaum (d. h. die Bragg-Kurve verläuft dort horizontal), weil dort die Bethe-Bloch-Gleichung fast konstant verläuft, und die Restenergie fällt fast linear mit der Eindringtiefe ab, da sich die Geschwindigkeiten noch nicht allzusehr ändern. Nun kommt der Heliumkern energetisch in den Bereich, in dem die Bethe-Bloch-Gleichung im wesentlichen eine $\frac{1}{E}$ -Abhängigkeit zeigt. Er wird also immer stärker abgebremst. Sein Bremsvermögen steigt, obwohl er selbst keine allzu große Restenergie und Geschwindigkeit mehr besitzt, d. h. auch nicht mehr sehr stark in den Absorber eindringt. Dies bedeutet, daß kurz vor Erreichen der mittleren Reichweite das Bremsvermögen deutlich ansteigt, die Bragg-Kurve dort also einen Peak besitzt, und daß sich die Restenergie im E_{Rest} -x-Diagramm sehr steil auf die x-Achse zubewegt in der Nähe der mittleren Reichweite. Das α -Teilchen kommt schließlich in den Bereich niedriger Energie, wo der logarithmische Term dominiert. Das Bremsvermögen sinkt, aber das α -Teilchen steht fast schon. Das bedeutet für die Bragg-Kurve, daß sie nach dem Peak recht steil nach unten sinkt, bis sie die x-Achse trifft. Bei der Restenergie hingegen trifft der Graph nicht senkrecht auf die x-Achse, sondern er dreht sich kurz vor Erreichen der Achse so, daß er sich ihr anschmiegen kann bei Restenergie Null.

Dies alles ist zwar schon an sich interessant, aber die Bragg-Kurve kann man nun auch wie folgt experimentell messen. Das Bremsvermögen gibt ja gerade an, wieviel Energie das α -Teilchen verliert. Diese Energie wird aber in Anregung und Ionisation der Absorberatome umgesetzt. Die Zahl der entstehenden Ionenpaare ist nun dem Bremsvermögen proportional, sodaß man über die Ionisationsdichte des Absorbermaterials die Bragg-Kurve direkt messen kann. Wir haben das Ergebnis einer solchen Messung aus [Mar] eingescannt und in Abbildung 1.5 dargestellt.

1.2.4 Straggling

Da die Abbremsung der α -Teilchen durch Zehntausende von Stößen verursacht ist, sind hierdurch beeinflußte Größen normalverteilt. Denn die freien Weglängen zwischen den Stößen variieren natürlich leicht und damit auch die exakte Zahl der Stöße eines einzelnen α -Teilchens. Durch die hohe Zahl an Stößen sind die Größen normalverteilt (wegen des zentralen Grenzwertsatzes brauchen wir hier noch nicht mal nachdenken). Die wesentlichen Größen, die um ihre Mittelwerte streuen, sind die Reichweite, die Energie und der Streuwinkel (Streuung um den Winkel 0, also den geradlinigen Durchgang). Wir gehen nun auf ein paar Besonderheiten der jeweiligen Größen ein.

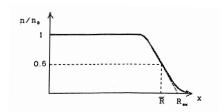


Abb. 1.6: Teilchenintensität gegen Absorberdicke (eingescannt aus der Anleitung)

Reichweiten-Straggling

Nebenstehend haben wir die normierte Teilchenanzahl von monoenergetischen Heliumkernen in Abhängigkeit der Materiedicke abgebildet. Wir hatten schon anhand der Bragg-Kurve diskutiert, daß die Restenergie erst ab einer bestimmten Dicke der Materie Null wird. Erst bei einer solchen Restenergie stehen die α -Teilchen und haben ihre endgültige Reichweite erreicht. Die Messung bestätigt also unser Verständnis, denn beim Durchlaufen des Absorbers bleibt die Anzahl der α -Teilchen — trotz

⁴Das reicht ja auch; besser als wenn wir hier pfuschen würden....

ihres Energieverlusts — (fast) konstant. Die Reichweite der einzelnen Teilchen ist natürlich durch die stärkste Teilchenzahländerung — $\frac{dn}{dx}$ charakterisiert. Die Ableitung des Graphen 1.6 sieht qualitativ aus wie Abbildung 1.7 (auch wenn in diesem Bild die Energie aufgetragen ist), was natürlich eine Normalverteilung ist. Die Stelle x mit der größten Teilchenzahländerung (also das Maximum in einer analogen Reichweiten-Abbildung zu 1.7) ist die mittlere Reichweite R. Die Streuung der Reichweite um R nennen wir α_0^R (in Abbildung 1.7 entspräche $\alpha/\sqrt{2}$ dieser Streuung), den Reichweiten-Stragglingparameter 5 . Experimente zeigen nun, daß man diesen Parameter nach folgender Methode bestimmen kann: An der Stelle, an der der Graph der normierten Teilchenintensität (Abbildung 1.6) den Wert 1/2 annimmt, das ist auch die Stelle der maximalen Teilchenabnahme, legen wir eine Tangente an den Graphen. Den Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse nennen wir $R_{\rm ex}$ (das 'ex' steht für extrapoliert). Dann berechnet sich die Streuung über

$$\alpha_0^R = R_{\rm ex} - R \,. \tag{1.6}$$

Diese Konstruktion ist ebenfalls in Abbildung 1.6 angedeutet.

Energie-Straggling

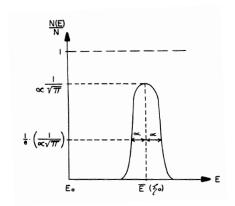


Abb. 1.7: Normalverteiltes Energiestraggling (eingescannt aus [Mar])

Das Energiestraggling ist interessant, wenn man es bei verschiedenen Absorberdicken betrachtet (deswegen werden wir dies auch messen...). Bei kleinen Eindringtiefen hat das α -Teilchen noch nicht so viele Stöße absolviert, so daß die Energie-Streuung $\alpha_0^E =: \alpha/\sqrt{2}$, die Energie-Stragglingparameter genannt wird, noch ziemlich klein ist (das α ist in nebenstehender Zeichnung eingezeichnet). Das Straggling ist also noch gering. Üblicherweise würde man nun für größere Absorberdicken folgendes Verhalten erwarten: Durch die steigende Zahl der Stöße sollte die Energiestreuung zunehmen, da ja jede einzelne der bisher gestreuten Energien wieder durch Streuung verbreitert wird. Da man dieses Verhalten also spontan erwarten würde, nennt man es normales Straggling.

Bisher haben wir aber gar nicht beachtet, daß verschieden energetische α -Teilchen nach Bethe-Bloch verschieden stark abge-

bremst werden. Damit die bisherige Betrachtung völlig sinnvoll wäre, müßte das Bremsvermögen bei allen Energien gleich stark sein. Dennoch tritt normales Straggling natürlich auf, denn dazu ist nur eine negative Steigung im Bethe-Bloch-Graphen nötig. Dann nämlich werden ja niederenergetische Teilchen besonders stark gebremst, verlieren also besonders stark weiter an Energie, während die hochenergetischen Teilchen nur wenig gebremst werden. Die verschiedenen bereits leicht gestreuten Energien werden also weiter auseinandergetrennt, die Straggling-Kurve wird also breiter und wir haben normales Straggling. Bei unserer Bethe-Bloch-Gleichung ist die Steigung im mittleren Energiebereich negativ, sodaß wir hier normales Straggling vorliegen haben. Bei positiver Steigung der Bethe-Bloch-Kurve jedoch haben wir anomales Straggling. Das bedeutet, daß trotz steigender Eindringtiefe der α -Strahlen die Streuung der Energiekurve sinkt, das Straggling abnimmt. Wie kommt das? Nun: Die hochenergetischen Teilchen werden besonders stark abgebremst, die niederenergetischen hingegen kaum. Dadurch "konvergieren" die beiden Energien gegeneinander und die Breite der Energiestreuung sinkt.

Bei der Messung der Energiestreuung ist zu beachten, daß die Meßapparatur eine endliche Auflösung hat und daher schon selbst eine Streuung σ der Energie um einen Mittelwert bewirkt. Auch hierbei handelt es sich um eine Normalverteilung. Die Überlagerung der Straggling-Normalverteilung und der

⁵ In der Anleitung wird noch mit verschieden Faktoren 2/√2 und 1/√2 gespielt, genau wie in der Abbildung 1.7 mit dem α. Der Sinn davon ist uns verborgen geblieben, zumal die Gleichung (1.6) nicht beweisbar ist, sondern nur experimentell überprüfbar (vgl. das Folgende)...

Auflösungs-Normalverteilung kann man mittels einer Faltung beschreiben (vgl. [FP-2]), man sieht daher eine Streuung

$$\alpha_{\text{Messung}} = \sqrt{(\alpha_0^E)^2 + \sigma^2} \ . \tag{1.7}$$

In der Anleitung wird eine entsprechende Gleichung für die Halbwertsbreiten behauptet. Leider glauben wir selbige nur als Näherung, denn die Halbwertsbreiten hängen nicht linear von den Streuungen ab; eine exakte Gültigkeit von Glg. (1.7) wäre Zufall (entsprechend für die α 's in Abbildung 1.7). Für ein theoretisch korrektes Ablesen müßte man nach [FP-2] die 2σ bei einer Höhe des $\frac{1}{\sqrt{e}} \approx 0,607$ -fachen des Maximums bestimmen. Aus praktischen Gründen werden wir dennoch die Halbwertsbreite FWHM nehmen (das Programm nucleus gibt das FWHM an, während wir die anderen, richtigeren Werte nur ungenau graphisch ermitteln würden), auch wenn Glg (1.7) dann nur näherungsweise gilt.

Winkel-Straggling

Es bleibt noch das Winkelstraggling. Hierbei kommt zum Ausdruck, daß die Teilchenstrahlen nicht ideal geradlinig durch die Materie laufen. Die Winkel der α -Teilchen sind also um den Winkel 0 normalverteilt gestreut. Erfahrungsgemäß bleiben bei gängigen Absorberdicken trotz der riesigen Anzahl von Stößen die Streuwinkel auf jeden Fall unter 5 Grad. Da bei unserem Versuch der Detektor recht nah am Absorber steht und natürlich eine endliche Ausdehnung hat, erfassen wir mit ihm (fast) alle α -Teilchen. Wir brauchen uns also keine Sorgen um das Winkelstraggling machen.

An dieser Stelle wird aber bereits deutlich, daß die Geometrie des Versuchsaufbaus ein entscheidender Faktor für unser Experiment wäre. Neben dem Winkelstraggling muß man nämlich noch beachten, daß unsere Quelle in alle Richtungen abstrahlt, die Teilchenzahl also nur in Raumwinkelelementen konstant bleibt, bei Entfernungsänderungen zwischen Quelle und Detektor sich also ändern würde. Dies ist in dem Experimentaufbau, wie wir ihn verwenden, aber dadurch gelöst, daß wir die Geometrie zur Reichweitenmessung nicht ändern, sondern stattdessen den Luftdruck kontrollieren. Eine genauere Beschreibung folgt in Abschnitt 1.3.2.

1.3 Praxis

Nachdem wir uns bis jetzt mit prinzipiellen Dingen zum α -Zerfall und der Reichweite der Heliumkerne beschäftigt haben, wollen wir uns nun mit ein paar praktisch verwendbaren Begriffen vertraut machen und das Prinzip unseres Versuches vorstellen.

1.3.1 Das Massenbremsvermögen und das relative Bremsvermögen

Zunächst wechseln wir von der Eindringtiefe x zu einer Flächendichte ξ , indem wir die Eindringtiefe mit der Dichte ρ des Materials multiplizieren, also: $\xi = \rho \cdot x$. Man nennt dieses ξ nun Flächendichte oder Massenbelegung. Selbstverständlich gelten dann die üblichen Regeln für Differentialformen und Ableitungen, letztere benötigen wir nun: $\frac{d}{d\xi} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d}{dx}$. Aus dem Bremsvermögen gehen wir nämlich durch den Wechsel der Ableitungen zu einem sogenannten Massenbremsvermögen über:

$$\frac{dE}{d\xi} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dE}{dx}$$
 .

Dies ist sinnvoll, weil man näherungsweise sagen kann, daß dieses Massenbremsvernögen unabhängig vom Absorbermaterial und dem Aggregatszustand ist. Dies kann man folgendermaßen einsehen: Aus der Bethe-Bloch-Gleichung (1.4) erhalten wir als stoffabhängige Proportionalität

$$-\frac{dE}{dx} \varpropto Z_{\rm Abs} \cdot N_{\rm Abs}$$
 ,

wenn wir den c_K -Korrekturterm vernachlässigen und der experimentellen Tatsache Rechnung schenken, daß das mittlere Ionisationspotential I bei den meisten Materialien den gleichen Wert annimmt. Für

die Atomdichte N_{Abs} können wir nun $N_{\mathrm{Abs}} = \frac{\rho \cdot N_A}{M}$ schreiben, wobei $N_A = 6,023 \cdot 10^{-23} \frac{\mathrm{Atome}}{\mathrm{mol}}$ die $Avogadro\text{-}Konstante^6$, ρ die Dichte und M das Molgewicht des Absorbermaterials ist. Letzteres ist über eine universelle Konstante mit der Massenzahl A verbunden. Näherungsweise kann man nun $\frac{Z}{A} \approx 1/2$ feststellen, so daß $-\frac{dE}{dx} \varpropto Z_{\mathrm{Abs}} \cdot \frac{\rho \cdot N_A}{M}$ zu $-\frac{dE}{dx} \varpropto \rho$ umgeschrieben werden kann. Damit haben wir tatsächlich unser Massenbremsvermögen näherungsweise materialunabhängig.

Diese eben eingeführte neue Größe nutzt man nun zur Definition eines $relativen\ Bremsvermögens$, sodaß man das Massenbremsvermögen beliebiger Absorber A auf das eines Standardabsorbers S (meist Luft oder Aluminium) beziehen kann. Dabei beachtet man jetzt wieder die geringen Stoffabhängigkeiten:

$$Q_A := rac{\left(rac{-d\,E}{d\,\xi}
ight)_A}{\left(rac{-d\,E}{d\,\xi}
ight)_S}\,.$$

Mittels der Bethe-Bloch-Gleichung ohne relativistische Korrekturterme und ohne c_K -Korrekturterm kann man (unter Beachtung des obigen Ausdrucks für N_{Abs}) folgende Form für Q_A herleiten:

$$Q_A = \frac{\left(\frac{dE}{\rho \cdot dx}\right)_A}{\left(\frac{dE}{\rho \cdot dx}\right)_S} = \frac{\rho_S \cdot \frac{16\pi e^4}{m_e v^2} \cdot \frac{Z_{\text{Abs},A} \cdot \rho_A \cdot N_A}{M_A} \cdot \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_A}\right)}{\rho_A \cdot \frac{16\pi e^4}{m_e v^2} \cdot \frac{Z_{\text{Abs},S} \cdot \rho_S \cdot N_A}{M_S} \cdot \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_S}\right)} = \frac{Z_{\text{Abs},A} \cdot M_S \cdot \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_A}\right)}{Z_{\text{Abs},S} \cdot M_A \cdot \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_S}\right)} \cdot \frac{2m_e v^2}{M_S} \cdot \frac{2m_e v^2}{M_$$

Wir sehen nochmals, daß mit $\frac{Z_{\text{Abs}}}{M_{\text{Abs}}} \approx 1/2$ und $I_A \approx I_S$ die Stoffunabhängigkeit des Massenbremsvermögens, also $Q_A=1$, herauskommt.

Weiterhin kann man nun mit dem relativen Bremsvermögen auch bekannte Reichweiten im Standardabsorber auf die unbekannten Absorber umrechnen, solange sicher ist, daß Q_A konstant ist bezüglich der Abhängigkeit von der Energie bzw. Geschwindigkeit. Es gilt dann nämlich:

$$R_A = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_A} = \int_{E_0}^0 \frac{1}{Q_A} \cdot \frac{\rho_S}{\rho_A} \cdot \frac{dE}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_S} = \frac{\rho_S}{\rho_A \cdot Q_A} \cdot R_S . \tag{1.8}$$

Empirisch haben Bragg und Kleemann eine ähnliche Formel ermittelt, in die die Massenzahlen der Absorbermaterialen eingehen. Diese Formel hat eine Genauigkeit von 15% und lautet:

$$R_A = \frac{\rho_S \cdot \sqrt{A_A}}{\rho_A \cdot \sqrt{A_S}} \cdot R_S$$
.

Für Luft unter Normalbedingungen kann man $\sqrt{A_{\rm Luft}}=3,81$ und $\rho_{\rm Luft}=1,226\cdot 10^{-3}\,\frac{\rm g}{\rm cm^3}$ einsetzen und erhält dann die numerische Formel:

$$R_A = 3, 2 \cdot 10^{-4} \frac{g}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\sqrt{A_A}}{\rho_A} \cdot R_{\text{Luft}}$$
 (1.9)

1.3.2 Der Versuchsaufbau

Zunächst wollen wir in Abbildung 1.8 den Versuchsaufbau abbilden.

Da wir ja (wie bereits beschrieben) die Geometrie des Versuchsaufbaus nicht verändern wollen, messen wir über Änderung des Druckes die Reichweiten. Über die allgemeine Gasgleichung gilt ja $p = \frac{N \cdot R \cdot T}{V}$, also ist der Druck der Dichte $\rho = \frac{N}{V}$ bei konstanter Temperatur(!) proportional. Das Bremsvermögen ist

⁶ Diese Konstante wird — insbesondere früher in den neuen Bundesländern — auch Lohschmidt'sche Zahl L genannt. Beide Menschen, Avogadro und Lohschmidt, haben diese Zahl für verschiedene Anwendungsgebiete eingeführt. Dennoch handelt es sich um die gleiche Konstante. Warum also zwei Namen? Wir haben den überall (auch fremdsprachlich) üblichen genommen.

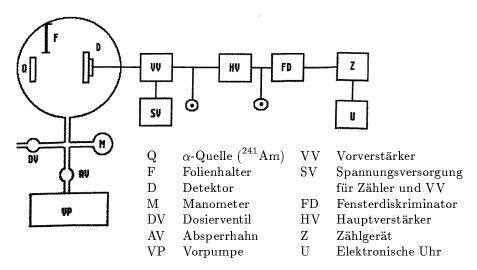


Abb. 1.8: Unser Versuchsaufbau (eingescannt aus der Anleitung)

also über die Bethe-Bloch-Gleichung (1.4) proportional zum Druck, und da der Druck unabhängig von der Energie des α -Teilchens ist (die beiden Dinge haben ja nun wirklich nichts miteinander zu tun...), gilt durch die Reichweiten-Gleichung (1.5) folgende Proportionalität:

$$R \propto \frac{1}{n} \,. \tag{1.10}$$

Anschaulich bedeutet das, daß bei geringen Drücken auch weniger Stöße der α -Teilchen mit der Luft stattfinden und daher kommen die Heliumkerne weiter, weil sie ja nur bei Stößen Energie verlieren.

Praktisch steuern wir die Drucksteuerung über eine Pumpe, mit der wir den minimal erreichbaren Druck erzeugen. Wir sperren dann die Pumpe von der evakuierten Druckkugel ab. Über ein Dosierventil lassen wir dann jeweils soviel Luft in die Druckkugel, bis der nächste Druck, bei dem wir messen wollen, sich eingestellt hat. Ist ein Druck eingestellt, so messen wir wie üblich mit einem Detektor und der nachgeschalteten Verstärkerelektronik die ankommende α -Strahlung. Nach einem Fensterdiskriminator, der störenden Untergrund wegfiltert, untersuchen wir dann das Signal auf zwei Arten: Zum einen zählen wir die Zahl ankommender Teilchen in einer festen Zeit, zum anderen messen wir auf einem Oszilloskop die Restenergie der ankommenden α -Teilchen, die sich ja in der Amplitudenhöhe widerspiegelt. Durch die so gemessenen Teilchenintensitäten bzw. Restenergien, können wir dann die Reichweite der α -Teilchen bestimmen. Auf genaue Details gehen wir in der Auswertung ein.

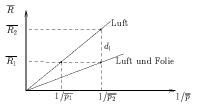


Abb. 1.9: Reichweiten in Luft und Luft+Folie

Wir werden im Versuch verschiedene Folien in den Strahlengang schieben. Eine Folie verursacht einen Energieverlust einer entsprechenden Luftschicht der Dicke $d_l=R_2-R_1$; diese wird Luftäquivalent genannt. Zur Festlegung von R_1 und R_2 betrachte man nebenstehende Zeichnung: R_1 ist die Reichweite der α -Strahlen in Luft mit Folie. Dieser Reichweite R_1 entspricht ein Druck p_2 . Die Reichweite der α -Strahlen in Luft ohne Folie bei gleichem Druck p_2 entspricht nun dem R_2 . Diese Reichweite können wir aber nicht direkt messen, da ja bei uns der Abstand

zwischen Quelle und Detektor konstant ist; wir müssen dafür den Druck ändern auf p_1 , bis wir auch in Luft ohne Folie die Reichweite R_1 vorliegen haben. Dann können wir die Proportionalität $R \propto \frac{1}{p}$ ausnutzen und erhalten einen Ausdruck für d_l , sodaß wir das Luftäquivalent direkt aus unseren Meßgrößen

berechnen können:

$$\frac{d_1}{R_1} = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}}{\frac{1}{p_1}} = \frac{p_1 - p_2}{p_2} . \tag{1.11}$$

Abschließend wollen wir nun noch eine Formel herleiten, die uns mit Hilfe der Materiedichten eine Beziehung zwischen Luftäquivalent d_F der Folie und Massenbremsvermögen Q_F angibt. Mit Luft als Standardabsorber erhalten wir mit Gleichung (1.8), wobei wir die oberen Integrationsgrenzen durch eine Energie $E_{\rm Rest}$ ersetzen:

$$Q_F = \frac{\rho_L(p_2) \cdot d_L}{\rho_F \cdot d_F}$$
 .

Wir ersetzen nun d_L , das "Luftäquivalent" der Luft, durch die letzte Formel und benutzen die Proportionalität $\rho \propto p$ in Gasen:

$$Q_{F} = \frac{\rho_{L}(p_{2})}{\rho_{F} \cdot d_{F}} \cdot R_{1} \cdot \frac{p_{1} - p_{2}}{p_{2}}$$

$$= \frac{\rho_{L}(p_{2})}{\rho_{F} \cdot d_{F}} \cdot R_{1} \cdot \frac{\rho_{L}(p_{1}) - \rho_{L}(p_{2})}{\rho_{L}(p_{2})}$$

$$= \frac{\rho_{L}(p_{1}) - \rho_{L}(p_{2})}{\rho_{F} \cdot d_{F}} \cdot R_{1}. \qquad (1.12)$$

Das ist die gesuchte Formel. Die Luftdichten berechnet man natürlich einfach über die allgemeine Gasgleichung aus den gemessenen Drücken.

2. Die Meßdaten

In diesem Kapitel fassen wir nochmal die Meßdaten zusammen, die wir nicht in elektronischer Form vorliegen haben, sondern handschriftlich aufgenommen haben.

2.1 Reichweite in Luft ohne Folien

In diesem Versuchsteil haben wir für fünf verschiedene relative Abstände die Reichweite der α -Teilchen in Luft gemessen (den wahren Abstand zwischen Quelle und Detektor werden wir erst in der Auswertung ermitteln). Wir maßen für jeweils 30 Sekunden die Zählrate und die Impulshöhe der ankommenden Strahlung in Abhängigkeit des Druckes. Die Impulshöhe lasen wir auf einem Oszilloskop ab. Den Druck steuerten wir, indem wir die Luft abpumpten und dann über ein Ventil wieder langsam zuführten.

Die erste Messung führten wir bei einem relativen Abstand von 20 mm durch. Die Temperatur betrug 22°C. Das Untergrundrauschen produzierte dabei 5 Zählungen. Die Meßwerte:

Druck	$\pm { m Fehler}$	Impulshöhe	$\pm { m Fehler}$	${ m Z\ddot{a}hlrate}$
[Torr]	$\pm [{ m Torr}]$	[V]	$\pm[V]$	${ m counts/30sec}$
0,15	$\pm 0,\!05$	6,6	$\pm 0,1$	1599
50	± 1	6,2	$\pm 0,1$	1609
100	± 1	5,9	$\pm 0,1$	1542
150	± 1	5,6	$\pm 0,1$	1524
200	± 1	5,2	$\pm 0,1$	1564
250	±1	4,8	$\pm 0,1$	1597
300	± 1	4,4	$\pm 0,1$	1542
350	±1	4,0	$\pm 0,1$	1515
400	± 1	3,4	$\pm 0,2$	1486
450	±1	2,9	$\pm 0,2$	1430
500	±1	2,2	± 0.3	1395
550	± 1	1,5	$\pm 0,4$	1296
600	± 1	0,8	$\pm 0,3$	1286
650	± 1	0,4	$\pm 0,3$	1066
660	±1			1058
675	± 1	0,2	$\pm 0,2$	561
690	±1			432
700	± 1	0		13

Die zweite Messung führten wir bei einem relativen Abstand von 25 mm durch. Die Temperatur betrug am Anfang der Messung 17° C. An der Stelle, die in der folgenden Tabelle markiert ist, war die Temperatur auf 22° C gestiegen, sodaß wir nachkühlten. Die Temperatur sank dabei auf $T=15^{\circ}$ C. Am Ende der Messung lag die Temperatur erneut bei 20° C. Das Untergrundrauschen produzierte nun 43 Zählungen. Die Meßwerte:

Druck	$\pm { m Fehler}$	Impulshöhe	$\pm { m Fehler}$	Zählrate
[Torr]	$\pm [Torr]$	[V]	$\pm[V]$	${ m counts/30sec}$
0,3	$\pm 0,1$	6,5	$\pm 0,1$	1350
50	± 1	6,2	$\pm 0,1$	1276
100	± 1	5,8	$\pm 0,1$	1288
150	± 1	5,5	$\pm 0,1$	1237
200	± 1	5,1	$\pm 0,1$	1212
250	± 1	4,6	$\pm 0,1$	1194
300	± 1	4,1	$\pm 0,2$	1150
350	± 1	3,8	$\pm 0,2$	1157
400	± 1	3,0	$\pm 0,2$	1223 •
450	± 1	2,4	$\pm 0,4$	1104
500	± 1	1,6	± 0.3	1000
550	± 1	0,8	± 0.3	896
600	± 1	0,2	± 0.3	632
615	± 1			535
630	± 1			134
650	± 1	0		29

Und nun: Die dritte Messung bei einem relativen Abstand von 30 mm. Bei dieser Messung lag die Temperatur bei 20°C. Das Untergrundrauschen produzierte nun 8 Zählungen. Die Meßwerte:

Druck	$\pm { m Fehler}$	Impulshöhe	$\pm { m Fehler}$	${ m Z\ddot{a}hlrate}$
[Torr]	$\pm [{ m Torr}]$	[V]	$\pm[V]$	${ m counts/30sec}$
0,3	$\pm 0,1$	6,5	$\pm 0,1$	963
50	± 1	6,2	$\pm 0,1$	976
100	±1	5,8	$\pm 0,1$	968
150	±1	5,4	$\pm 0,1$	960
200	± 1	4,9	$\pm 0,1$	944
250	± 1	4,4	$\pm 0,1$	962
300	± 1	3,9	$\pm 0,2$	915
350	± 1	3,2	$\pm 0,2$	913
400	± 1	2,4	± 0.3	925
450	± 1	1,6	± 0.3	824
500	± 1	0,8	± 0.3	791
550	± 1	0,2	$\pm 0,2$	421
560	± 1			274
575	± 1			41
600	± 1	0		9

Voilà: Die vierte Messung. Der relative Abstand ist nun 35 mm. Bei dieser Messung lag die Temperatur bei 21°C. Das Untergrundrauschen produzierte nun 18 Zählungen. Die Meßwerte:

Druck	$\pm { m Fehler}$	Impulshöhe	$\pm { m Fehler}$	${ m Z\ddot{a}hlrate}$
[Torr]	$\pm [{ m Torr}]$	[V]	$\pm[V]$	counts/30 sec
0,4	$\pm 0,1$	6,5	$\pm 0,1$	862
50	± 1	6,2	$\pm 0,1$	859
100	± 1	5,7	$\pm 0,1$	837
150	± 1	5,2	$\pm 0,1$	822
200	± 1	4,7	$\pm 0,1$	849
250	±1	4,1	$\pm 0,1$	803

Druck	$\pm { m Fehler}$	Impulshöhe	$\pm { m Fehler}$	${ m Z\ddot{a}hlrate}$
[Torr]	$\pm [{ m Torr}]$	[V]	$\pm[V]$	${ m counts/30sec}$
300	±1	3,5	$\pm 0,2$	837
350	± 1	2,8	$\pm 0,2$	796
400	± 1	1,9	± 0.3	774
450	± 1	1,0	$\pm 0,3$	691
500	± 1	0,2	$\pm 0,2$	498
515	± 1			197
530	± 1			18
550	± 1	0		11

Und nun noch die letzte Messung. Der relative Abstand ist nun 40 mm. Bei dieser Messung lag die Temperatur immer noch bei 21°C. Das Untergrundrauschen produzierte dieses Mal 15 Zählungen. Die Meßwerte:

Druck	$\pm { m Fehler}$	Impulshöhe	$\pm { m Fehler}$	${ m Z\ddot{a}hlrate}$
[Torr]	$\pm [{ m Torr}]$	[V]	$\pm[V]$	${ m counts/30sec}$
0,3	$\pm 0,1$	6,5	$\pm 0,1$	770
50	±1	6,1	$\pm 0,1$	714
100	± 1	5,7	$\pm 0,1$	699
150	±1	5,2	$\pm 0,1$	770
200	± 1	4,6	$\pm 0,1$	742
250	± 1	3,9	$\pm 0,2$	729
300	± 1	3,2	$\pm 0,2$	687
350	± 1	2,3	$\pm 0,3$	684
400	± 1	1,3	$\pm 0,3$	608
450	± 1	0,4	$\pm 0,3$	562
470	± 1			372
485	± 1			53
500	±1	0		12

2.2 Messung mit Luft und Folien

In diesem Versuchsteil haben wir die Abschirmung der α -Teilchen durch dünne Folien getestet. Wir haben einen festen relativen Abstand eingestellt, nämlich 20 mm. Wiederum haben wir 30 sec gezählt. Die Temperatur blieb bei 21°C und das Untergrundrauschen erzeugte 16 Zählungen. Wir haben den Druck wieder so kontrolliert wie im letzten Versuchsteil, der Fehler betrug 1 Torr. Gemessen haben wir nun die Zählrate bei Luft alleine, mit Gold-Folie, mit Aluminium-Folie und mit der Nickel-Folie. Es ergab sich:

	Luft alleine	Au	Al	Ni
Druck	Zählrate	Zählrate	Zählrate	Zählrate
[Torr]	${ m counts/30sec}$	${ m counts/30sec}$	${ m counts/30sec}$	${ m counts/30sec}$
0,3	1700	318	181	306
100		326	179	324
200	1664	305	213	338
300	1569	318	165	294
350		282		
400	1484	262	140	253

	Luft alleine	Au	Al	Ni
Druck	Zählrate	Zählrate	Zählrate	Zählrate
[Torr]	counts/30sec	${ m counts/30sec}$	${ m counts/30sec}$	${ m counts}/30{ m sec}$
420		169		
435		117		
450		73	149	262
465		24		
470				189
480				153
490				67
500	1514	9	129	32
510				22
520			82	
535			53	
550	1428		40	
570			23	
600	1360		18	
650	1154			
665	1000			
680	739			
700	179			
720	21			

Dies waren die handschriftlichen Messungen. Alle anderen Messungen ergaben ein Spektrum im Vielkanalanalysator; diese plotten wir in der Auswertung an der jeweils geeigneten Stelle.

3. Auswertung

3.1 Detektor und Energie

3.1.1 Eichung

Um später aus den Kanalangaben des Vielkanalanalysators VKA auf die Restenergien der α -Strahlung schließen zu können, müssen wir unseren VKA eichen. Dazu haben wir bei einem Druck von 0,2 Torr und einem relativen Abstand von 22 mm die α -Strahlung von ²⁴¹Am detektiert. Diese Quelle sendet monoenergetische α -Strahlung der Energie 5486 keV aus. Da wir nur bei einem geringen Druck gemessen haben, verliert das α -Teilchen kaum Energie, da es im Vakuum nicht stoßen kann, und es kommt daher auch noch mit voller Energie im Detektor an. Es ergibt sich folgendes Spektrum bei einer Meßzeit von 300 sec:

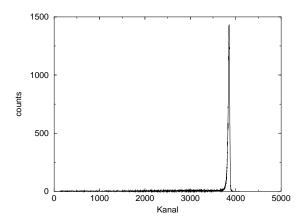


Abbildung 3.1: Eichspektrum mit ²⁴¹Am

Bisher haben wir also nur eine Energie, die wir in einem bestimmten Kanal gemessen haben. Das reicht zum Eichen nicht aus. Schade eigentlich. Aber wir nehmen nun an, daß der Kanal 0 der Energie 0 eV entspricht. Dies entspricht zwar nicht ganz den wirklichen Begebenheiten; der Vergleich mit Eichungen bei anderen Versuchen zeigt, daß bei Kanal 0 ungefähr $-80\,\mathrm{keV}$ liegt. Aber da wir in unserem VKA 4096 Kanäle zur Verfügung stehen haben, werden wir unser Spektrum in Stücke zerteilen, deren Einzelkanäle etwas mehr als 1 keV umfassen. Daher macht eine Verschiebung um $80\,\mathrm{keV}/4096\,\mathrm{Kanäle}$ nicht allzu viel aus. Um diese Steigungsbeeinflussung ein wenig auszugleichen, werden wir von einem monoenergetischen α -Strahl bei $5500\,\mathrm{keV}$ ausgehen; das ist auch die α -Energie von $^{241}\,\mathrm{Am}$, wie sie in der Anleitung angegeben ist. Die Energieanhebung unseres echten Meßpunktes gleicht nun das erste Problem ein wenig aus; alles in allem erhalten wir also mit diesen Annahmen eine ganz akzeptable Eichung.

Also: Der Peakreport des Programmes nucleus sagt, daß der Peak unserer monoenergetischen Strahlung bei Kanal $K_1=3751$ beginnt, sein Zentrum bei $K_0=3842,35$ erreicht und bei $K_2=3908$ endet. Zum Fehler unserer Eichung benutzen wir die ganze Breite unseres Peaks (dann ist unsere Eichung wirklich "sicher"). Man erhält also schließlich folgende Eichgerade (mittels $a=\frac{5500\,\mathrm{keV}}{3842,35\,\mathrm{Kan\"{a}le}}$ und $\Delta a=\frac{5500\,\mathrm{keV}}{3751\,\mathrm{Kan\"{a}le}}-\frac{5500\,\mathrm{keV}}{3908\,\mathrm{Kan\"{a}le}}$):

$$E(K) = (1,431 \pm 0,059) \frac{\text{keV}}{\text{Kanäle}} \cdot K$$
.

3.1.2 Energieauflösung

Nun wollen wir die Energieauflösung γ bestimmen. Dies ist ein Maß dafür, wie gut unser Detektor ist, wie exakt er die Energien mißt. Die Energieauflösung ist das FWHM (Full width, half maximum; vgl. [FP-11] bzw. [FP-17]) eines Peaks dividiert durch die Energie des Peaks. Das FWHM sollte bei unserem Versuch natürlich möglichst klein sein (deswegen haben wir ja auch einen Halbleiterdetektor), denn sonst hätte die Gaußverteilung des Detektors σ bereits einen großen Wert und das würde unsere Stragglingmessung beeinträchtigen (vgl. Vorbereitung und Glg. (1.7)). Also nun: Wie gut ist unser Detektor? Das Programm nucleus gibt uns ein FWHM von 36,207 Kanälen an. Mit unserer Eichung umgerechnet und auf 5500 keV bezogen ergibt sich damit:

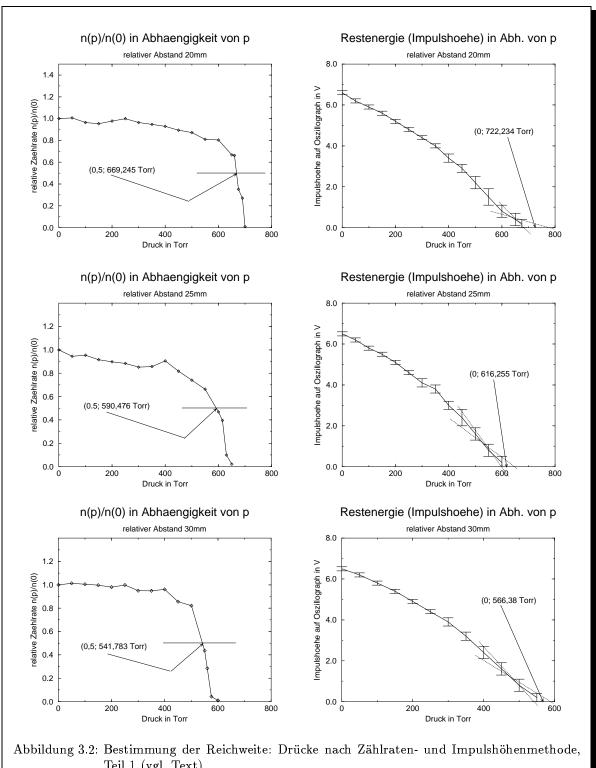
$$\gamma = (0,942 \pm 0,039) \%$$
.

Die Energieauflösung unseres Detektors ist also in der Tat ziemlich gut (und von uns auf 4,1% genaubestimmt worden).

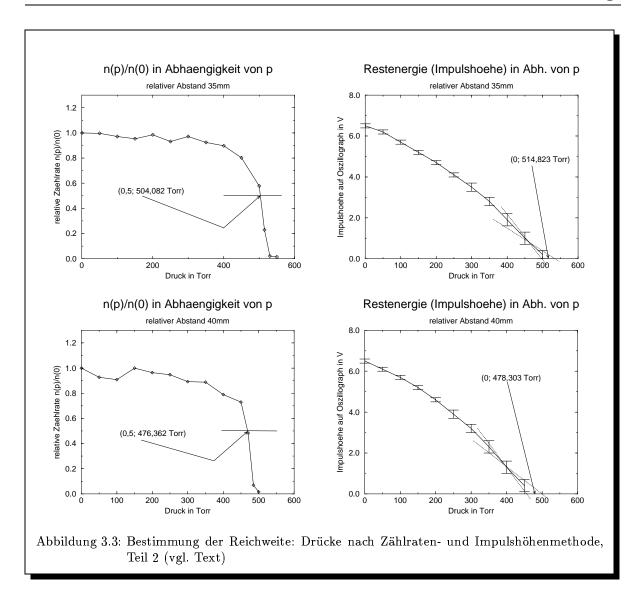
3.2 Reichweite ohne Folie

Nun wollen wir die schönen Tabellen aus Abschnitt 2.1 auswerten. Dazu ziehen wir zunächst nochmal die Verbindung mit der Vorbereitung. Dort hatten wir den Verlauf der Teilchenintensität und den der Restenergie in Abhängigkeit von der Eindringtiefe x diskutiert. Die physikalischen Bedingungen ergeben also eine feste Reichweite R und wir verschieben unseren Detektor vor und hinter diese Reichweite. Andererseits haben wir schon erläutert, daß die Geometrieänderungen bei Detektorverschiebungen uns stören würden, weil allein dadurch Intensitäts- und Energieänderungen auftreten würden, unsere praktisch meßbaren Kurven also nicht den theoretischen Verlauf einnehmen würden. Wir legen also einen festen Abstand zwischen Detektor und α -Quelle fest. Nehmen wir zunächst an, daß dieser Abstand der Reichweite unter den physikalischen Bedingungen entspricht, unter denen wir messen wollen. Anstelle den Detektor auf z.B. $x = \frac{R}{2}$ (Hälfte der Reichweite) zu stellen, können wir die physikalischen Bedingungen so ändern, daß sich die Reichweite verdoppelt. Dann entspricht unser Detektorstandort ja gerade der Stelle x. Wie ändern wir also jetzt die physikalischen Bedingungen? Über die Proportionalität (1.10): Wenn wir den Druck halbieren, verdoppelt sich die Reichweite gerade. Wir sehen also, daß ein Halbieren des Ortes x einem Halbieren des Druckes p entspricht. Das geht natürlich analog mit allen anderen Verhältnissen und wir erkennen, daß ein Auftragen der Teilchenintensität bzw. der Restenergie gegen p äquivalent einer Auftragung gegen x ist.

Wie gehen wir nun also vor, wenn wir die Reichweite der α -Teilchen in Luft bei 760 Torr bestimmen wollen und einen festen Abstand $R_{\rm fest}$ zwischen Quelle und Detektor eingestellt haben? Durch Ändern des Druckes p bestimmen wir den Druck, bei dem die Reichweite R der Heliumkerne gerade unserem $R_{\rm fest}$ entspricht (da wir nur Unterdruck erzeugen wollen/können, muß bei uns also $R(760 \, {\rm Torr}) < R_{\rm fest}$ sein). Aufgrund der Proportionalität können wir dann die Reichweite bei Normaldruck errechen (für diesen Dreisatz benötigen wir die Proportionalitätskonstante nicht).



Teil 1 (vgl. Text)



Bei unserem Versuch ist es nun so, daß wir den absoluten Abstand zwischen Detektor und Quelle nicht kennen, weil wir nicht innerhalb der Druckkugel Längen messen können. Deshalb ist außerhalb der Kugel ein relativer Maßstab angebracht. Damit können wir nun den Detektor relativ verschieben. Wir messen nun bei verschiedenen Abständen $R_{\rm fest}$ den zugehörigen Druck. Das Verschieben des Detektors und die zugehörige Geometrieänderung stört uns hier nicht, weil die einzelnen Messungen bei festem Abstand ablaufen und in den Vergleich der Messungen nicht etwaige Zählraten oder Impulshöhen eingehen, sondern nur die ermittelten Drücke. Mit diesen Meßwerten bei verschiedenen Abständen (bei uns 5 Messungen) können wir nun aufgrund der Proportionalität (1.10) eine Gerade anpassen: Wir erhalten die gesuchte Proportionalitätskonstante und der Achsenabschnitt gibt die Verschiebung der relativen Skala gegenüber der absoluten (an der Quelle mit Null beginnenden) an. Mit der Proportionalitätskonstanten ist es nun mit Glg. (1.10) möglich, die Reichweiten bei bestimmten Drücken zu berechnen.

Wir skizzieren nochmal kurz die Meßmethoden: Bei der sogenannten $Z\ddot{a}hlraten$ -Methode nimmt man die Zahl der counts im Detektor in Abhängigkeit des Druckes auf. Wir normieren dann die counts n(p) auf die counts, die beim kleinsten Druck gemessen wurden und die wir trotzdem idealisierend mit n(0)

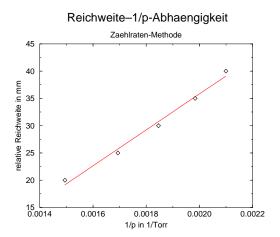
bezeichnen. Den Druck, bei dem die Reichweite gerade den Abstand Quelle-Detektor einnimmt, liest man gerade bei $\frac{n(p)}{n(0)} = \frac{1}{2}$ ab.

Bei der sogenannten Impulshöhen-Methode wird auf einem Oszilloskop die Impulshöhe der Signale abgelesen. Diese entspricht der Restenergie der α -Teilchen. An der Stelle, an der die Impulshöhen sich der x-Achse anschmiegen (oder bei unserer Meßgenauigkeit die x-Achse zu schneiden scheinen), ist der Druck erreicht, bei dem die Reichweite den Abstand Quelle-Detektor annimmt.

Wir haben also nun die einzelnen Messungen in den Abbildungen 3.2 und 3.3 dargestellt und die jeweiligen Drücke abgelesen. Es ergeben sich folgende Werte:

relativer Abstand	Zählraten-N	Iethode	Impulshöhen-Methode	
[mm]	Druck p [Torr]	1/p [1/Torr]	Druck p [Torr]	1/p [1/Torr]
20	669,245	0,00149422	722,234	0,00138459
25	590,476	0,00169355	$616,\!255$	$0,\!0016227$
30	541,783	0,00184576	$566,\!38$	0,0017656
35	504,082	0,0019838	514,823	0,00194242
40	476,362	0,00209924	478,303	$0,\!00209072$

Diese Werte haben wir nun in $R_{\text{rel}}^{-\frac{1}{p}}$ -Diagrammen dargestellt und jeweils eine Gerade mittels linearer Regression angepaßt. Hier sind die Diagramme:



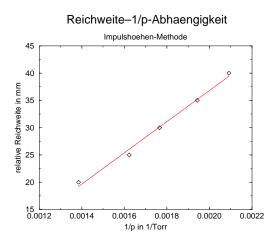


Abbildung 3.4: Die R_{rel} - $\frac{1}{p}$ -Diagramme beider Methoden

Die numerischen Ergebnisse der linearen Regression lauten wie folgt:

$$\label{eq:Rrel} \begin{split} \text{Z\"{a}hlraten-Methode:} & R_{\text{rel}} = (32\,968, 15\pm1\,985, 54)\,\text{Torr}\cdot\text{mm}\cdot\frac{1}{p} + (-30, 1113\pm3, 645)\,\text{mm}\,, \\ \text{Impulsh\"{o}hen-Methode:} & R_{\text{rel}} = (28\,631, 48\pm1\,501, 645)\,\text{Torr}\cdot\text{mm}\cdot\frac{1}{p} + (-20, 426\pm2, 676)\,\text{mm}\,. \end{split}$$

Wir ersehen schon an den Achsenabschnitten, daß unsere Ergebnisse nicht allzu brilliant sind. Denn nach den beiden Methoden differiert der Abstand zwischen Detektor und Quelle um ungefähr 1 cm. Aber berechen wir erstmal die Reichweiten, der Vergleich mit dem Literaturwert wird uns dann vielleicht mehr sagen.

Uns interessieren die Reichweiten unserer α -Strahlung in Luft unter Normalbedingungen, d. h. unter einem Druck von 760 Torr. Um diese herauszubekommen, müssen wir nun nur die eben ermittelten

Proportionalitätskonstanten a durch den Druck 760 Torr dividieren (den Achsenabschnitt vergessen wir natürlich, wir wollen ja nicht die Reichweite bzgl. unseres relativen Maßstabs...). Es ergibt sich:

 $\label{eq:Luft} \begin{array}{ll} {\rm Z\ddot{a}hlraten\text{-}Methode:} & R_{\rm Luft} = (43,379 \pm 2,613)\,{\rm mm} \,, \\ \\ {\rm Impulsh\ddot{o}hen\text{-}Methode:} & R_{\rm Luft} = (37,673 \pm 1,976)\,{\rm mm} \,. \end{array}$

Leider überschneiden sich die Ergebnisse nicht innerhalb der Fehlergrenzen. Aber vergleichen wir mit dem Literaturwert (aus einem Diagramm in [Mar] abgelesen): Man erwartet eine Reichweite von 40 mm bei einer α -Energie von 5,5 MeV. Beide Methoden weichen also von diesem erwarteten Wert ab. Allerdings bilden wir jetzt den Mittelwert beider Methoden, um später weiterzurechnen; dieser liegt gut: Es ergibt sich (Fehler nach Gauß wie üblich):

$$R_{\text{Luft}} = (40, 526 \pm 3, 276) \,\text{mm}$$
.

Woher kommen unsere Abweichungen bei den Methoden? Als erstes macht sich bemerkbar, daß wir in dem entscheidenden Bereich jeweils nur wenige Meßwerte aufnehmen können (obwohl es dort schon recht viele sind, nur 10 bis 20 Torr Abstand zwischen den verschiedenen Drücken). Bei der Zählraten-Methode bedeutet dies, daß der ohnehin schon starke Abfall, der ja für die $\frac{1}{2}$ -Bestimmung so wichtig ist, nicht genau bestimmt werden kann. Außerdem schwankten auch die Zählraten bei kleinen Drücken, wo diese ja eigentlich noch ganz konstant sein sollten, aufgrund der Statistik der Messungen. Und solche Schwankungen kommen in den "zwei entscheidenden Messungen" auch vor, sodaß das genaue Ablesen der Drücke schwierig ist. Abweichungen sind in dem bei uns aufgetretenen Rahmen also durchaus möglich. Nicht zu vernachlässigen ist auch die Zählschwelle, sodaß einige niederenergetische Heliumkerne nicht registriert werden.

Auch bei der Impulshöhen-Methode zeigen sich ähnlich Schwierigkeiten. Wir haben sogar so wenig Punkte in der entscheidenden Phase aufnehmen können, daß wir gar nicht den in der Vorbereitung detaillierter beschriebenen Verlauf der Restenergie genau sehen können (wie auch mit zwei oder drei Punkten...). Vor allen Dingen sind die entscheidenden Werte diejenigen, die nur sehr geringe Impulshöhen haben. Diese sind aber auf dem Oszilloskop besonders schwierig abzulesen, insbesondere da die Impulshöhen immer etwas zittern und sich auch immer ein Untergrundrauschen einstellt. Auch die Extrapolation der Kurven am Ende ist mit ein bißchen Willkür belegt, das läßt sich nicht vermeiden.

Wir sehen also, daß unsere Abweichungen durchaus in der Problematik der beiden Methoden begründet liegen. Dennoch sollten die Abweichungen nicht so groß sein. Nun ja, freuen wir uns, daß der Mittelwert unserer beiden Methoden ziemlich gut liegt (obwohl das nichts mit Physik zu tun hat, sondern mit dem Wissen, was rauskommen soll...).

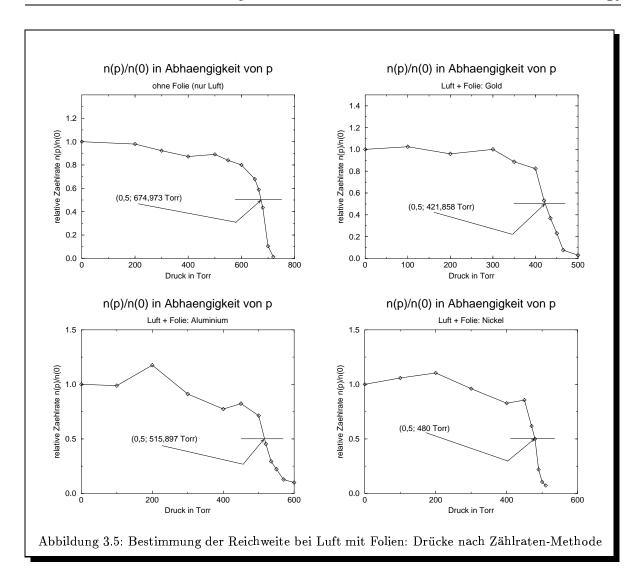
3.2.1 Reichweite in Aluminium nach Bragg-Kleemann

Wir wenden nun die Bragg-Kleemann-Regel in der numerischen Form für Luft unter Standardbedingungen als Standard an (Gleichung (1.9)). Für Aluminium gilt: $A_{\rm Al}=26,982$ und $\rho_{\rm Al}=2,699\frac{\rm g}{\rm cm^3}$. Als Reichweite in Luft setzen wir den Mittelwert $R_{\rm Luft}=(40,526\pm3,276)$ mm ein. Damit ergibt sich nun (Fehler: 15% der Reichweite, das ist der Fehler der Bragg-Kleemann-Formel):

$$R_{\rm Al} = (0,02496 \pm 0,00374) \, {\rm mm} \, .$$

Der Literaturwert beträgt $R_{\rm Al}=0,0246\,{\rm mm}$. Also ist unser errechneter Wert ziemlich gut. Aber das war ja klar, denn unser eingesetzter Luft-Wert war ja auch in Ordnung. Also haben wir nur nochmal festgestellt, daß die Bragg-Kleemann-Formel funktioniert. Schön.

Bisher haben wir also die Reichweite der α -Teilchen in Luft bestimmt. Nun wollen wir auch die Reichweite in anderen Materialien untersuchen. Wir werden dabei die lineare Regression zur Zählratenmethode und die dadurch erhaltenen absoluten Abstände benutzen.



3.3 Relatives Bremsvermögen der Folien

Nun haben wir also Folien in den Weg von der Quelle zum Detektor geschoben. Wir maßen von nun an nur noch nach der Zählraten-Methode. Die entsprechenden Auswertemethoden haben wir ja bereits beschrieben. In Abbildung 3.5 haben wir unsere Tabellen in Graphiken verwandelt.

Wir werden nun Formel (1.12) anwenden. Dazu benötigen wir R_1 , das ist der absolute Abstand zwischen Quelle und Detektor. Wir werden hierbei neben dem relativen Abstand den Wert benutzen, der sich aus dem Achsenabschnitt der linearen Regression der Zählraten-Methode ergeben hat. Wir nehmen diesen Wert (und nicht etwa einen Mittelwert aus Impulshöhen- und Zählraten-Methode), weil wir alle anderen Meßwerte ja auch mit der Zählraten-Methode bestimmen; der Druck bei der Messung der Luft alleine liegt nämlich auch sehr nahe an dem Wert, den wir für die Regression bestimmt hatten. Unsere systematischen Abweichungen werden so am besten aufgefangen. Wir erhalten somit:

$$R_1 = (20 + 30, 1113 \pm 3, 645) \,\mathrm{mm} = (50, 11 \pm 3, 65) \,\mathrm{mm}$$
.

Wir müssen uns noch kurz überlegen, wie wir von den Drücken auf die Luftdichten umrechnen. Wie

bereits in der Vorbereitung erwähnt, benutzt man die allgemeine Gasgleichung und die daraus folgende Proportionalität zwischen p und ρ . Legt man Normbedingungen zugrunde, so gilt:

$$\rho_L(p) = \rho_{\text{Norm}} \cdot \frac{p}{p_{\text{Norm}}} \cdot \frac{T_{\text{Norm}}}{T} \; . \label{eq:rhoL}$$

Mit den Werten $p_{\text{Norm}}=760\,\text{Torr},\,T_{\text{Norm}}=273,15\,\text{K},\,\rho_{\text{Norm}}=1,293\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und $T=294,15\,\text{K}$ erhält man folgende Umrechnungsformel:

$$\rho_L(p) = 1,58 \cdot 10^{-6} \cdot p \cdot \frac{g}{\text{cm}^3 \text{ Torr}}$$
 (3.1)

Mit den Meßwerten aus der Abbildung 3.5, den Angaben zur Foliendicke aus der Anleitung und Literaturwerten für die Dichten ergibt sich nun folgende Tabelle:

Folie	Dicke	Dichte	Druck ohne Folie	Druck mit Folie
	$d_{F} \; [\mu \mathrm{m}]$	$\rho_F \left[\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \right]$	$p_1 [{ m Torr}]$	$p_2 [{ m Torr}]$
Gold Au	$2,5\pm0,25$	19,3	674,937	421,858
Nickel Ni	$2,7 \pm 0,27$	8,9	674,937	480

Für die Drücke nehmen wir nun Fehler von 10 Torr an, um den Schwierigkeiten bei der Druckbestimmung Rechnung zu tragen. Nach Gauß ergibt sich folgende Fehlerformel aus (1.12):

$$\Delta Q_F = Q_F \cdot \sqrt{\frac{(\Delta \rho_L(p_2))^2 + (\Delta \rho_L(p_1))^2}{(\rho_L(p_2) - \rho_L(p_1))^2} + \left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d_F}{d_F}\right)^2} \,. \tag{3.2}$$

Hiermit erhält man nun als relatives Bremsvermögen gegenüber Luft:

$$\begin{array}{lcl} Q_{\rm Au, Luft} & = & 0,4153 \pm 0,0564 \; , \\ Q_{\rm Ni, Luft} & = & 0,6423 \pm 0,0921 \; . \end{array}$$

Man kann nun auch das relative Bremsvermögen von Gold und Nickel gegenüber Aluminium bestimmen. Dies geschieht mittels der Formel (1.8), wobei der Standardabsorber S das Aluminium ist. Leider müßte man in diese Formel auch die Reichweiten der α -Strahlung in den verschiedenen Materialien einsetzen; diese haben wir aber nicht gemessen. Obwohl wir diese Reichweiten ausrechnen könnten, formen wir lieber Formel (1.8) um, indem wir erweitern und so auf nur bereits bestimmte (bzw. in der Anleitung angegebene) Größen zurückgreifen brauchen. Also:

$$Q_{A,\mathrm{Al}} = \tfrac{\rho_{\mathrm{Al}} \cdot R_{\mathrm{Al}}}{\rho_{A} \cdot R_{A}} = \tfrac{\rho_{\mathrm{Al}} \cdot R_{\mathrm{Al}}}{\rho_{\mathrm{Luft}} \cdot R_{\mathrm{Luft}}} \cdot \tfrac{\rho_{\mathrm{Luft}} \cdot R_{\mathrm{Luft}}}{\rho_{A} \cdot R_{A}} = \tfrac{Q_{A,\mathrm{Luft}}}{Q_{\mathrm{Al},\mathrm{Luft}}} \; .$$

Für den Fehler gilt dann natürlich nach Gauß:

$$\Delta Q_{A,\mathrm{Al}} = Q_{A,\mathrm{Al}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta Q_{A,\mathrm{Luft}}}{Q_{A,\mathrm{Luft}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_{\mathrm{Al},\mathrm{Luft}}}{Q_{\mathrm{Al},\mathrm{Luft}}}\right)} \;.$$

Der Wert für das relative Bremsvermögen von Aluminium ist in der Anleitung angegeben ($Q_{\rm Al,Luft} = 0,78 \pm 0,04$), die anderen Werte für die Gold- und Nickel-Folien haben wir vorhin berechnet. Also ergeben sich jetzt folgende Werte für das relative Bremsvermögen gegenüber Aluminium:

$$Q_{\text{Au,Al}} = 0,5324 \pm 0,0773 ,$$

 $Q_{\text{Ni,Al}} = 0,8235 \pm 0,1254 .$

Ein Vergleich mit dem Diagramm aus [Mar] zeigt, daß unsere Meßwerte sehr gut liegen. Dort erwartet man für Gold ungefähr $Q_{\rm Au,Al}=0,51$ und für Nickel (das bei den Werten für Kupfer und Zink liegen sollte (nur die sind wirklich im [Mar] angegeben)) ungefähr $Q_{\rm Ni,Al}=0,79$. Unsere verhältnismäßig großen Fehlerbreiten sind durch die von den Drücken und dem der Reichweite verursacht. Dies ist zwar ein bißchen schade, aber die Ergebnisse sind ein voller Erfolg.

3.3.1 Dicke der Aluminiumfolie

In dem letzten Abschnitt haben wir die relativen Bremsvermögen von Gold und Nickel bestimmt. Aber wir hatten ja auch noch Aluminium gemessen. Ist das vergessen worden? Nein, denn in der Anleitung ist nicht die Dicke der Aluminiumfolie angegeben. Stattdessen kennen wir hier das relative Bremsvermögen, sodaß wir nun mit Formel (1.12) die Dicke der Alu-Folie ausrechnen können. Die Änderung dieser Formel durch Auflösen nach d_F läßt sich einfach durch Austauschen von Q_F mit d_F bewerkstelligen, sodaß auch die bereits berechnete Fehlerformel (3.2) strukturell bestehen bleibt; man muß wieder nur Q_F und d_F wechselseitig vertauschen.

Es ergibt sich nun der noch fehlende Eintrag in obiger Tabelle:

Folie	rel. Bremsvermögen	Dichte	Druck ohne Folie	Druck mit Folie
	\overline{Q}_F	$\rho_F \left[\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \right]$	$p_1 [{ m Torr}]$	$\boldsymbol{p}_2 \ [\mathrm{Torr}]$
Aluminium Al	$0,78 \pm 0,04$	2,699	674,937	515,897

Wieder mit 10 Torr als Fehler für die Drücke ergibt sich hiermit die Dicke der Aluminium-Folie zu:

$$d_{\rm Al} = (5, 98 \pm 0, 75) \mu \rm m$$
.

Zwar ist unser relativer Fehler größer als 10% (also etwas größer als die relativen Fehler bei den Foliendicken in der Anleitung), aber das liegt erneut an den großzügig gewählten Fehlern für die Drücke. Der Wert an sich sieht vernünftig aus (wir hoffen, er ist es auch...).

3.4 Energie-Straggling

Nun haben wir uns noch um das Energiestraggling gekümmert. Wir stellten den relativen Abstand wieder so ein, wie er bei der Eichung war, d. h. $R_{\rm rel}=22\,{\rm mm}$. Mit dem VKA nahmen wir nun bei verschiedenen Drücken 50 sec lang die ankommenden Strahlung auf. Da die Restenergie bei steigendem Druck stark abnimmt, konnten wir die einzelnen Spektren detektieren, ohne das Bild löschen zu müssen. Es ergab sich folgendes "Mehrbelichtungsspektrum" im VKA:

Energiestraggling

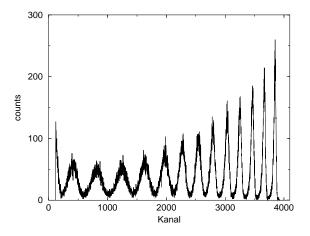


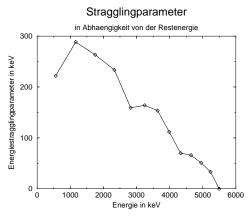
Abbildung 3.6: Aufnahme zum Energie-Straggling

Um nun das Straggling zu untersuchen, lasen wir mittels Peakreport des Programmes nucleus die FWHM der einzelnen Peaks ab. Wie bereits in der Vorbereitung bemerkt, wäre es richtiger, die wahren Streuungen abzulesen; dies würde aber zu größeren Fehlern führen, da wir nur graphisch ablesen und wir soviel Vertrauen in den Algorithmus von nucleus legen, daß er das FWHM genauer angeben kann.

Wir wenden nun Gleichung (1.7) an, um den Stragglingparameter α_0^E zu bestimmen. Als σ nehmen wir das FWHM der Messung bei 0,17 Torr. Dieses σ von 35,7231 liegt auch sehr gut bei dem FWHM, das wir zur Energieauflösung bestimmt hatten (dort ist bei 0,2 Torr das FWHM bei 36,207). Die bei den Drücken gemessenen FWHM's sind natürlich die α 's in der Formel (1.7). Es ergibt sich folgende Tabelle, in der wir die Kanalablesungen, die Umrechnung in die Energien und die α_0^E eingetragen haben. Weiterhin haben wir mittels (3.1) die Drücke in Dichten umgerechnet und die Massenbelegungen $\rho \cdot x$ gebildet, wobei $x = R_1 = (50, 11 \pm 3, 65)$ mm der absolute Abstand von Quelle und Detektor ist (da dieses x sowieso konstant ist, ist ein Fehler bei diesem Abstand aber ohne Bedeutung). Also: Hier nun die Tabelle:

p [Torr]	Kanal des Peak-Zentrums	FWHM [Kanäle]	Restenergie [keV]	$\frac{\mathrm{FWHM}}{\mathrm{[keV]}}$	$lpha_0^E \ [ext{keV}]$	Dichte ρ $\left[10^{-4} \frac{g}{cm^3}\right]$	$[10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}]$
0,17	3839,96	35,7231	5494,98	51,1198	0	0,0027	0,01346
50	$3656,\!87$	42,6144	$5232,\!98$	60,9812	33,2487	0,79	3,95869
100	$3458,\!51$	$50,\!3735$	4949,13	72,0845	50,8227	$1,\!58$	7,91738
150	$3245,\!01$	$58,\!3327$	4643,61	83,4741	65,9901	2,37	11,8761
200	3027,92	60,4459	4332,95	86,4981	69,776	$3{,}16$	15,8348
250	$2784,\!66$	85,9476	3984,85	122,991	111,864	3,95	19,7934
300	$2540,\!83$	113,048	3635,93	161,772	$153,\!482$	4,74	23,7521
350	$2267,\!51$	119,971	3244,81	171,679	$163,\!891$	$5,\!53$	27,7108
400	1972,6	116,813	2822,79	$167,\!159$	159,151	6,32	31,6695
450	$1629,\!21$	167,184	2331,4	239,24	233,715	$7{,}11$	35,6282
500	1222,81	187,516	1749,84	268,335	$263,\!421$	7,9	$39,\!5869$
550	811,957	204,675	1161,91	292,89	288,394	8,69	43,5456
600	388,22	159,2	555,54	227,815	222,006	9,48	$47,\!5043$

So, jetzt können wir also unseren Energie-Stragglingparameter α_0^E in Abhängigkeit der Restenergie und in Abhängigkeit der Massenbelegung $\rho \cdot x$ plotten. Hier ist das Ergebnis:



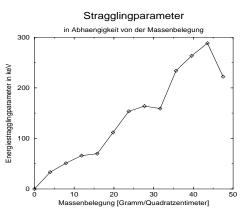


Abbildung 3.7: Energiestragglingparameter α_0^E in Abhängigkeit der Restenergie bzw. der Massenbelegung

Beide Graphen zeigen den erwarteten Verlauf: Bei hohen Restenergien, entsprechend kleinen Massenbelegungen, steigt der Stragglingparameter bei weiterem Eindringen bzw. weiteren Energieverlusten.

Die kleinen Pausen, bei denen die Steigung abflacht, sind wahrscheinlich kleinere Ausreißer oder es handelt sich um Bereiche, die fast anomal straggeln, aber nicht in unseren Betrachtungen abgedeckt sind. Ansonsten sehen wir sehr schön, wie in dem Bereich über $1\,\mathrm{MeV}$ normales Straggling vorliegt. Das ist — wie gesagt — erwartet, denn den Bereich über $3Mc^2$, wobei M ja die Masse der Absorberatome ist, erreichen wir mit unseren Energien sowieso nicht. Und dann haben wir ganz eindeutig anomales Straggling: Bei kleinen Restenergien bzw. großen Massenbelegungen fällt dann der Stragglingparameter ab. Wir erkennen dieses Verhalten zwar erst bei unserem letzten (bzw. ersten) Wert, aber das ist auch klar: Denn erst bei diesem Wert ist die Restenergie unter $1\,\mathrm{MeV}$ gesunken. Und erst für diesen Bereich erwarten wir ja aufgrund unserer Bethe-Bloch-Gleichung ein anomales Straggling. Leider konnten wir in diesem Bereich nicht mehr Meßwerte aufnehmen, da dann unser VKA die Peaks nicht mehr vollständig aufgenommen hätte (vgl. Abbildung 3.6) und somit die FWHM nicht mehr bestimmbar sind. Dennoch erfreulich, daß ein solches Stragglingparameter-Absinken genau an der erwarteten Stelle deutlich zu sehen ist. Wir können also feststellen, daß die Theorie von Bohr zur Beschreibung des Stragglings nicht ausreicht.

Alles in allem ist der Versuch recht zufriedenstellend verlaufen, wenn man von Problemen absieht, die prinzipiell an der Meßmethodik liegen (das genaue Ablesen der zur Reichweite gehörenden Drücke). Gerade in der Hinsicht ist der Versuch eigentlich ziemlich überzeugend verlaufen.

Literaturverzeichnis

Im folgenden wollen wir auf die Versuchsprotokolle der anderen Experimente im Fortgeschrittenenpraktikum, die von uns durchgeführt wurden und das vorliegende Protokoll hinsichtlich der theoretischen Grundlagen ergänzen, verweisen. Außerdem stellen wir eine Liste der Literatur auf, die wir am stärksten (nicht als einzige) zur Vorbereitung und Auswertung nutzten.

- [FP-2] O. Flimm, U. Münch: Zählrohr und Statistik, Versuch 2 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-5] O. Flimm, U. Münch: Gamma-Szintillation, Versuch 5 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-7] O. Flimm, U. Münch: γ - γ -Koinzidenz, Versuch 7 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-11] O. Flimm, U. Münch: β-Szintillation, Versuch 11 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [FP-17] O. Flimm, U. Münch: Ge(Li)-γ-Spektroskopie, Versuch 17 im Fortgeschrittenenpraktikum am Institut für Kernphysik. Versuchsprotokoll. Köln, 1994
- [TP3] Prof. J. Hajdu: Theoretische Physik III: Quantenmechanik. Vorlesungsmitschrift von U. Münch. Köln, WS 1993/94
- [RPF2] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: Feynman-Vorlesungen über Physik, Band II.
 R. Oldenbourg-Verlag München, Wien, 1963 (engl.), 1987 (dt.)
- [Mar] P. Marmier: Kernphysik I. 9. Auflage. Zürich: Verlag der Fachvereine, 1960, 1977
- [MS] P. Marmier, E. Sheldon: Physics of nuclei and particles, volume 1. Academic Press, 1969
- [PR] R. M. Prior, A. A. Rollefson: Anomalous energy straggling of alpha particles. American J. Phys. **50** (1982), p. 457

Index

Potentialbarriere, 3

anomales Straggling, 13	Reichweite, 11, 13
Atomzahldichte, 8	Straggling, 12
Avogadro-Konstante, 15	Reichweiten-Stragglingparameter, 13
	relatives Bremsvermögen, 15
Bethe-Bloch-Gleichung, 8, 10	Restenergie, 12
Bragg-Kleemann, 15, 27	Rutherford-Experiment/Streuung, 7
Bragg-Kurve, 11	
Bremsvermögen, 8, 11	semiempirische Massenformel, 2
relatives, 15, 29	Straggling
Brillouin, siehe WKB-Approximation	${\bf anomales},\ 13$
	der Energie, 12, 13, 30
Eichung, 22	der Reichweite, 12
elastische Stöße, 7	des Streuwinkels, 12, 14
Energie	Energieparameter, 13, 31
Straggling, 12, 13, 30	normales, 13
Energie-Stragglingparameter, 13, 31	Reichweitenparameter, 13
Energieauflösung, 23	Streuung
	Rutherford-, 7
Feynman, 9	Streuwinkel, siehe Winkel
Flächendichte, 14	
	Thorium-Reihe, 1
Gamow-Faktor, 5	Tröpfchenmodell, 2
	Transmissionskoeffizient, 4
Halbwertszeit, 6	${f Tunneleffekt},~4$
Impulshöhen-Methode, 26	Uran-Actinium-Reihe, 1
inelastische Stöße, 7	Uran-Radium-Reihe, 1
Ionisationspotential (mittleres), 9	Oran-Itadium-Iteme, 1
1	WBK-Approximation, 5
Kleemann, siehe Bragg-Kleemann	Wentzel, siehe WKB-Approximation
Kramers, siehe WKB-Approximation	Winkel
,	Straggling, 12, 14
Lebensdauer, 6	Stragging, 12, 14
Luftäquivalent, 16	Zählraten-Methode, 25
	Zentrifugalpotential, 4
Massenbelegung, 14	Zerfallsgesetz, 6
Massenbremsvermögen, 14	Zerfallskonstante, 6
Massenformel	Zerfallsreihe, 1
semiempirische, 2	Berransteine, 1
Meßdaten, 18–21	
Neptunium-Reihe, 1	
normales Straggling, 13	
Nuklidkarte, 1	
2. Carrie Carrott 600, 1	